応用計量経済学３

横浜市立大学商学部　松浦　克己
大阪大学国際公共政策研究科　Colin McKenzie

第３章　仮説の検定 II

１　グループ間でパラメータは共通か

第２章では企業規模間の賃金格差をダミー変数で捉えてみた。これはダミー変数以外のパラメータは共通であるという前提を置いていることである。しかし年齢の効果は大企業と中小企業で異なるかもしれない。つまり賃金の年功カーブは大企業でより大きいかもしれない。あるいは人的投資の効果も大企業と中小企業では異なるかもしれない。大学に進学すれば、４年間の授業料などの教育費という直接経費および高卒で就職したならば得られたであろう賃金を放棄するという間接費用を支払うことになる。それでも大学に進学し教育を受けるのは、直接間接の費用を上回る収益率が上げられると人々が期待するからである。この人的投資の収益率も大企業と中小企業で同一であるという保証は必ずしも無い。

たとえば全体の賃金関数を以下のようだとする。

$$\mathrm{lwage}_i = a + b_1 \mathrm{age}_i + b_2 \mathrm{age2}_i + c_1 \mathrm{jyunior}_i + c_2 \mathrm{tandai}_i + c_3 \mathrm{universe}_i + e_{1i} \qquad 3.1)$$

第２章と同じようにlwageは賃金の対数、ageは年齢、age２はageの自乗である。ここで人的資本（学歴）の代理変数として三つのダミー変数、jyuniorという中卒ダミー変数（最終学歴が中卒であれば１、その他であれば０）、tandaiという短大卒ダミー変数（最終学歴が短大卒であれば１、その他であれば０）とuniverseという大学卒ダミー（最終学歴が大学卒であれば１、その他であれば０）を定義しよう。3.1）式をみると高卒ダミー変数がないので、3.1）式では最終学歴が高卒というグループが既定値（基準）となっていることが分かる。人的資本の賃金への効果は正と考えられるので、符号条件としては$c_1 < 0$とc_2, $c_3 > 0$が期待される。

大企業と中小企業とについて賃金関数の全ての係数が異なるならば、

$$\mathrm{lwage}_i = a' + b'_1 \mathrm{age}_i + b'_2 \mathrm{age2}_i + c'_1 \mathrm{jyunior}_i + c'_2 \mathrm{tandai}_i + c'_3 \mathrm{universe}_i + e_{2i} \qquad 3.2)$$

$$\mathrm{lwage}_i = a'' + b''_1 \mathrm{age}_i + b''_2 \mathrm{age2}_i + c''_1 \mathrm{jyunior}_i + c''_2 \mathrm{tandai}_i + c''_3 \mathrm{universe}_i + e_{3i} \qquad 3.3)$$

すなわち$a' \neq a''$、$b'_1 \neq b''_1$、$b'_2 \neq b''_2$、$c'_1 \neq c''_1$、$c'_2 \neq c''_2$、$c'_3 \neq c''_3$が成立していれば、3.2）式と3.3）式のように大企業勤務者と中小企業勤務者とでは別々に推計する必要がある。逆に各係数が等しい$a' = a''$、$b'_1 = b''_1$、$b'_2 = b''_2$、$c'_1 = c''_1$、$c'_2 = c''_2$、$c'_3 = c''_3$という条件が成立していれば3.1）式を推計してやればよい[1)]。

このパラメータの構造が安定しているかどうかの検定（testing for parameter stability, parameter constancy）の代表的なものとしてチャウテスト（Chow test）がある。これもＦ検定の一つであり、第２章で取り上げた線形制約の直接的な応用である。帰無仮説と対立仮説は次の通りであ

る。

$H_0: a' = a''\quad b'_1 = b''_1\quad b'_2 = b''_2\quad c'_1 = c''_1$
$\quad c'_2 = c''_2\quad c'_3 = c''_3$

H_1：H_0ではない

この場合制約のあるモデルは3.1）式となり、制約のないモデルは3.2）式と3.3）式となる。帰無仮説のもとで3.1）式を推計する。その残差平方和をRSS_rとする。次に対立仮説のもとで3.2）式と3.3）式を推計しその残差平方和をそれぞれRSS_{u1}、RSS_{u2}とする。制約のないモデルの残差平方和をRSS_uとすると

$$RSS_u = RSS_{u1} + RSS_{u2} \qquad 3.4)$$

が成立する。制約の数をr（このケースでは6個）とする。制約が有効であれば（$RSS_r - RSS_u$）は0に近づくであろう。3.1）式の標本数をnとすると、帰無仮説が正しければ

$$F = \frac{\dfrac{(RSS_r - RSS_u)}{r}}{\dfrac{RSS_u}{(n-2r)}} \qquad 3.5)$$

が自由度（r、n−2r）のF分布に従う。

これをEviewsで確かめてみよう（第2章で作成された変数（age2、emp1、emp5、emp30、emp100、emp500）の作り方は省略する）。分析を男性に限定する。また学歴無回答やその他は意味がとりにくいのでこれも対象から除くことにする（したがってEviewsにおけるサンプルの限定の仕方も併せて紹介する）。その上で従業員数100人以上（大企業）と99人以下（中小企業）で賃金関数が異なるかどうかを検証しよう。

```
workfile a: laborftest u 1109
smpl 1−1109
read a: labor. dat lwage kigyou edu age female
'中卒ダミー
series jyunior＝edu＝1
'高卒ダミー
series high＝edu＝2
'短大卒ダミー
series tandai＝edu＝3
'大卒ダミー
series universe＝edu＝4
'その他の学歴ダミー
series sonota＝edu＝6
'記述統計量
group group23 jyunior high tandai universe sonota
'サンプルの限定（学歴無回答、その他のサンプルと女性のサンプルを除く）
'edu＝7が学歴無回答
smpl if sonota＝0 and edu<>7 and female＝0
'全サンプルを最初に推計
'lwagei＝a＋b1agei＋b2age2i＋c1jyuniori＋c2tandaii＋c3universei＋e1iを推計するコマンド
equation eq3_1.ls lwage c age age2 jyunior tandai universe
'残差平方和をrssrと名付けて保存
scalar rssr＝@ssr
'パラメータの数をnkeisuと名付けて保存
scalar nkeisuu＝@ncoef
'サンプル数をnobsと名付けて保存
scalar nobs＝@regobs

'サンプルを全サンプルに戻す
smpl @all
'サンプルの限定（学歴無回答、その他のサンプルと女性のサンプルを除いた上で企業規模100−499人、500人以上の企業に勤務者に
```

1）誤差項の分散は同一であるという仮定もおかれている。

```
    限定
32  smpl if (sonota=0 and edu<>7 and
    female=0 and emp100=1) or (sonota=0
    and edu<>7 and female=0 and emp500=1)
33  equation eq3_2.ls lwage c age age2
    jyunior tandai universe
34  '残差平方和をrssu1と名付けて保存
35  scalar rssu1=@ssr
36  smpl @all
37  'サンプルの限定（学歴無回答、その他のサ
    ンプルと女性のサンプルを除いた上で企業規
    模1－4人、5－29人、30－99人の企業に勤
    務者に限定
38
39  smpl if (sonota=0 and edu<>7 and
    female=0 and emp1=1) or (sonota=0 and
    edu<>7
40  and female=0 and emp5=1) or (sonota=0
      and female=0 and emp30=1)
41  equation eq3_2.ls lwage c age age2
    jyunior tandai universe
42  '残差平方和をrssu2と名付けて保存
43  scalar rssu2=@ssr
44  smpl @all
45  '制約のないモデルの残差合計を計算し、
    rssuと名付けて保存
46  scalar rssu=rssu1+rssu2
47  'Chow testを計算し、chowと名付けて保存
48  scalar chow=((rssr-rssu)/nkeisuu)/(rssu/
    (nobs-2*nkeisuu))
49  '結果を画面に表示、画面左下に出る。
50  show chow
```

Eviewsでサンプルを限定するのは17、32、39行にあるように

smpl if　条件文

で行うことができる。

23、25、27行で残差、パラメータ数、サンプル数を保存している。この他に決定係数（@r２)、修正済み決定係数（@rbar２)、方程式の標準誤差（@se)、対数尤度（@logl)、i番目の係数の値（@coef(i)）、i番目の係数の標準誤差（@stderrs(i)）等が利用可能であり、仮説の検定に便利である。

推計結果は表3.１―3.３に掲げるとおりである。chow検定の結果は図3.１の左下にあるとおり10.42である。自由度（6,1004)、５%水準のＦ値は2.11であるから５%水準で帰無仮説は棄却される。大企業・中堅企業と中小企業では男性の賃金関数は異なることが分かる[2)]。

更に方程式の標準誤差は大企業・中堅企業で0.385であるが中小企業では0.438であり、中小企業の方がばらつきが大きくいわば賃金についてより不確実性が高いことが分かる。これは標準的線形回帰モデルの仮定Ａ２が充たされていない可能性があることを示唆している。この分散不均一性問題は第４章で取り上げる。

推定結果より大卒という条件で大企業・中堅企業と中小企業の賃金カーブは

中小企業の場合

$$4.618+0.06299age_i-0.000541age_i^2$$

大企業の場合

$$4.368+0.082200age_i-0.000688age_i^2$$

2）この仮定を検定するもう一つの方法はダミー変数を用いることである。Dという中小企業ダミー変数（中小企業であれば１、その他を０）を定義すると制約のないモデル（3.2）式と3.3）式）を次のように表現できる。

$$lwage_i=a'+b'_1age_i+b'_2age2_i+c'_1jyunior_i+c'_2tandai_i+c'_3universe_i+a^*D_i+b_1^*D_iage_i+b_2^*D_iage2_i+c_1^*D_ijyunior_i+c_2^*D_itandai_i+c_3^*D_iuniverse_i+e_i$$

大企業と中小企業の係数が同じであるという帰無仮説は$H_0: a^*=b_1^*=b_2^*=c_1^*=c_2^*=c_3^*=0$

である。これを第２章で説明したF検定で検定することは、本文で説明したＦ検定と同一である。

表3.1　賃金関数の推定１

Dependent Variable: LWAGE
Method: Least Squares
Sample: 1 1109 IF SONOTA=0 AND EDU<>7 AND FEMALE=0
Included observations: 1016

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.134936	0.190751	21.67709	0.0000
AGE	0.083909	0.008760	9.578463	0.0000
AGE 2	−0.000745	9.74E-05	−7.653921	0.0000
JYUNIOR	−0.341530	0.042687	−8.000775	0.0000
TANDAI	0.005593	0.058655	0.095351	0.9241
UNIVERSE	0.185651	0.029796	6.230800	0.0000
R-squared	0.249782	Mean dependent var		6.315194
Adjusted R-squared	0.246068	S.D. dependent var		0.484861
S.E. of regression	0.421001	Akaike info criterion		1.113526
Sum squared resid	179.0144	Schwarz criterion		1.142602
Log likelihood	−559.6711	F-statistic		67.25509
Durbin-Watson stat	1.657318	Prob（F-statistic）		0.000000

表3.２　賃金関数の推定２

Dependent Variable: LWAGE
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 2 1109 IF（SONOTA=0 AND EDU<>7 AND FEMALE=0 AND EMP100=1）
OR（SONOTA=0　AND EDU<>7 AND FEMALE=0　AND EMP500=1）
Included observations: 591 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.172902	0.258849	16.12098	0.0000
AGE	0.082199	0.012101	6.792543	0.0000
AGE 2	−0.000688	0.000138	−5.003456	0.0000
JYUNIOR	−0.350205	0.064316	−5.445086	0.0000
TANDAI	−0.024221	0.080824	−0.299676	0.7645
UNIVERSE	0.195335	0.034087	5.730549	0.0000
R-squared	0.301692	Mean dependent var		6.423915
Adjusted R-squared	0.295724	S.D. dependent var		0.459117
S.E. of regression	0.385296	Akaike info criterion		0.940492
Sum squared resid	86.84512	Schwarz criterion		0.984977
Log likelihood	−271.9153	F-statistic		50.54789
Durbin-Watson stat	2.041609	Prob（F-statistic）		0.000000

となる。

人的投資（学歴）の効果を見ると、（基準である高卒に比較し）中卒は大企業の場合で−0.35、中小企業の場合で−0.27と低く（対数値）なっている。大卒は大企業の場合で0.19、中小企業の場合で0.10と基準の高卒に比べ高く（対数値）なっている。これからすれば教育投資は賃金に反映されているといえよう（短大卒ダミーは有意ではない。企業は高卒と短大卒を同等に扱っているのかもしれない）。

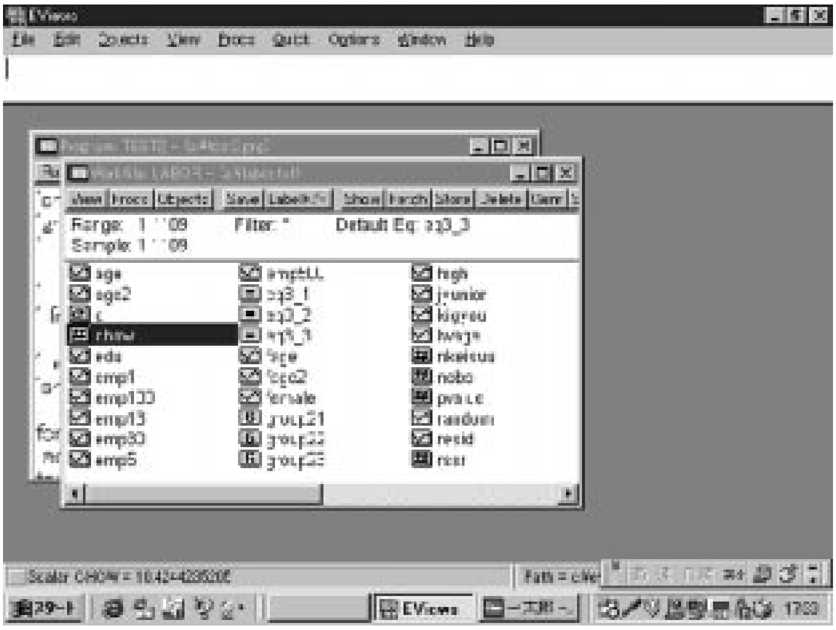
表3.3　賃金関数の推定３

Dependent Variable: LWAGE
Method: Least Squares
Sample(adjusted): 1 1107 IF (SONOTA=0 AND EDU<>7 AND FEMALE=0 AND EMP1=1) OR (SONOTA=0 AND EDU<>7 AND FEMALE=0 AND EMP5=1) OR (SONOTA=0 AND EDU<>7 AND FEMALE=0 AND EMP30=1)
Included observations: 425 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.522827	0.278332	16.24973	0.0000
AGE	0.062990	0.012654	4.977805	0.0000
AGE 2	−0.000541	0.000138	−3.923810	0.0001
JYUNIOR	−0.266104	0.057899	−4.596008	0.0000
TANDAI	0.086626	0.082435	1.050846	0.2939
UNIVERSE	0.095365	0.053484	1.783063	0.0753

R-squared	0.174692	Mean dependent var	6.164008
Adjusted R-squared	0.164843	S.D. dependent var	0.479660
S.E. of regression	0.438347	Akaike info criterion	1.202403
Sum squared resid	80.50988	Schwarz criterion	1.259609
Log likelihood	−249.5106	F-statistic	17.73783
Durbin-Watson stat	1.101683	Prob（F-statistic）	0.000000

図3.1　Chow testの結果



2　時系列データでの構造変化

2.1　構造変化の時点が予め予測されるとき

日本経済は1973年のオイルショックを挟んで高度成長から安定成長へ移行した、あるいはバブル前後で安定成長から低成長へ変わった等と指摘されることがある。このように年次、四半期、月次、週次、日次の時系列データを用いる場合、ある時点でモデルについて構造変化（structural break）

が起きていることがある。構造変化は、パラメータが構造変化の前後で異なるということである。したがって時系列データでの構造変化の有無についてもChow testを用いることができる。

$$y_t = a + b_1 x_{1t} + b_2 x_{2t} + \cdots + b_k x_{kt} + e_t \quad t = 1, \cdots, N \qquad 3.6)$$

というモデルで、ある時点Tで構造変化が起きているかどうかを検定しよう。サンプル期間により１からT時点までと、T＋１時点からN時点までに分けた推計を考える。

$$y_t = a' + b'_1 x_{1t} + b'_2 x_{2t} + \cdots + b'_k x_{kt} + e_{2t} \quad t = 1, .., T \qquad 3.7)$$

$$y_t = a'' + b''_1 x_{1t} + b''_2 x_{2t} + \cdots + b''_k x_{kt} + e_{3t} \quad t = T+1, .., N \qquad 3.8)$$

帰無仮説はH_0：$a' = a''$，$b'_1 = b''_1$，…，$b'_k = b''_k$となる。ここでも制約のあるモデル（3.6）式）の残差平方和をRSS_r、3.7)、3.8）式の残差平方和をそれぞれRSS_{u1}、RSS_{u2}とする。やはり3.4）式が成立し、$RSS_u = RSS_{u1} + RSS_{u2}$となる。Ｆ統計量は

$$F = \frac{\dfrac{(RSS_r - RSS_u)}{k+1}}{\dfrac{RSS_u}{(N - 2k - 2)}}$$

となる。帰無仮説が正しければこれが自由度（k＋１、N－２k－２）のＦ分布に従う[3)]。

またサンプルの比較的限られた期間で構造変化の有無を予測する必要がある場合もある。このときサンプル数が説明変数＋１（定数項に対応）以下ということが起こりうる。その場合はその少数のサンプルについて回帰分析を行うことはできない（たとえば3.7）式の推計は可能だが、3.8）式はサンプルが少ないために不可能だとしよう。サンプルをn_1とn_2とする）。この時以下のChowの予測検定（predictive failure test, forecast test）を行うことができる。

$$F = \frac{\dfrac{(RSS_r - RSS_{u1})}{n_2}}{\dfrac{RSS_{u1}}{(n_1 - k - 1)}} \qquad 3.9)$$

構造変化がない場合、この統計検定量が自由度n_2、$n_1 - k - 1$のＦ分布に従う[4)]。なお3.8）式を推定できるサンプル数がある（$n_2 > k$）場合でも、3.9）式による検定統計量を利用できる。

構造変化があったかどうかを、所定外労働時間指数の分析を通じてみてみよう。日本の労働市場で労働力の調整は、まず一人あたりの勤務時間を通じて行われ、時間による調整では不十分な場合に人員の調整が行われるとされている。具体的には好況で生産が活発になる（不況で生産が減少する）と超過勤務が増加（減少）する。さらに生産が活発になれば（さらに不振が続けば）新規に人を雇用する（解雇する）というものである。

所定外労働時間指数（chokinと表示）を被説明変数とし、定数項、鉱工業生産指数（景気の代理変数、IIPと表示）、当該月と６ヶ月先の労働力率（雇用者数/労働力人口、%）の変化率（workhenと表示）、卸売物価指数（企業の利潤の代理変数、WPIと表示）を説明変数として分析してみよう。1976年１月から1996年１月までの月次データを利

3）時系列データで、期間により異なるかどうかを検定する場合も、ダミー変数を用いて検定を行うことができる。D_tというダミー変数は$t = 1, \cdots, T$の時０、$t = T+1, \cdots, N$の時１と定義すると制約のないモデルは

$$y_t = a' + b'_1 x_{1t} + b'_2 x_{2t} + \cdots + b'_k x_{kt} + a^* D_t + b_1^* D_t x_{1t} + b_2^* D_t x_{2t} + \cdots + b_k^{**} D_t x_{kt} + e_t \quad t = 1, \cdots, N$$

となる。H_0：$a^* = b_1^* = b_2^* = \cdots = b_k^* = 0$をＦ検定で検定すればよい。

4）これもダミー変数を用いて検定ができる。$dumj_t$というダミー変数は$t = T + j$の時１、その他０と定義すると制約のないモデルは

$$y_t = a' + b'_1 x_{1t} + b'_2 x_{2t} + \cdots + b'_k x_{kt} + c_1 dum2_t = c_3 dum2_t + \cdots + c_{n2} dumn_{2t} + e_t$$

となる。帰無仮説H_0：$c^1 = c^2 = c^3 = \cdots = c^{n2} = 0$をＦ検定すればよい。

用する[5]。

$chokin_t = a + b_1 IIP_t + b_2 workhen_t + b_3 WPI_t + e_t$

を推計するコマンドは次の通りである。

equation chokin.is

chokin c iip workhen wpi

$b_1 > 0$（景気がよくなれば超過勤務は増える）$b_2 > 0$（将来の人員増を見越して超過勤務が増える）、$b_3 > 0$（企業の利潤が増加すれば超過勤務が増える）という状態を仮に想定しよう。結果は表3.４に示すとおりである[6]。符号条件は満たしている。IIPが１ポイント上昇すれば所定外労働時間指数は0.22ポイント上昇していることがうかがわれる。

さて係数が分析期間を通じて安定していれば残差の動きも安定しているはずである。そこで実際の値、被説明変数の予測値と残差をプロットしてみよう。Eviewsは

View/Actual, Fitted, Residual/Actual, Fitted, ResidualGraph

で行うことができる。結果は図3.３に示す通りである。残差を見る限り、バブル期の87年頃や不況の92年以降は、かなりかけ離れた動きをしている。このころ構造変化が起きたことが疑われる。

そこで87年１月でサンプルを前後の期間に分けてChow testとChowの予測検定を行ってみよう。読者はchokin c iip workhen wpiの推定結果の画面を表示してほしい。

View/Stability Tests/Chow Break Point Test

でChow testを行うことができる。

View/Stability Tests/Chow Forecast Test

でChowの予測検定を行うことができる。

結果は表3.５、表3.６にそれぞれ掲げるとおりである。Break Point TestのＦ値は44.47（p値は0.0000）である。Chow Forecast TestのＦ値は20.05（p値は0.0000）である。いずれも86年12月以前と87年１月以降で係数は共通（関数は安定）という帰無仮説を強く棄却している。

2.2　構造変化の時点が予め分からないとき

時系列データの場合、いつ構造変化が起きたか

表3.４　超勤時間（所定外労働時間）関数の推計

Dependent Variable: CHOKIN
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 1976：01 1996：01
Included observations: 241 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t–Statistic	Prob.
C	26.51520	7.039624	3.766565	0.0002
IIP	0.221756	0.036848	6.018041	0.0000
WORKHEN	5.409117	1.380329	3.918716	0.0001
WPI	0.393451	0.062612	6.283965	0.0000

R-squared	0.316378	Mean dependent var	84.91494
Adjusted R–squared	0.307725	S.D. dependent var	10.10446
S.E. of regression	8.407220	Akaike info criterion	7.112517
Sum squared resid	16751.48	Schwarz criterion	7.170356
Log likelihood	−853.0583	F–statistic	36.56101
Durbin-Watson stat	0.210680	Prob (F–statistic)	0.0000

５）所定外労働時間指数は勤労統計調査、雇用者数と労働力人口は労働力調査（総務庁）、鉱工業生産指数は通産統計月報、卸売物価指数は日銀統計月報による。
６）D.W統計量は仮定のA.３（誤差項に系列相関はない）に問題があることを示している。ここでは取り上げない。

図3.２　残差のグラフ

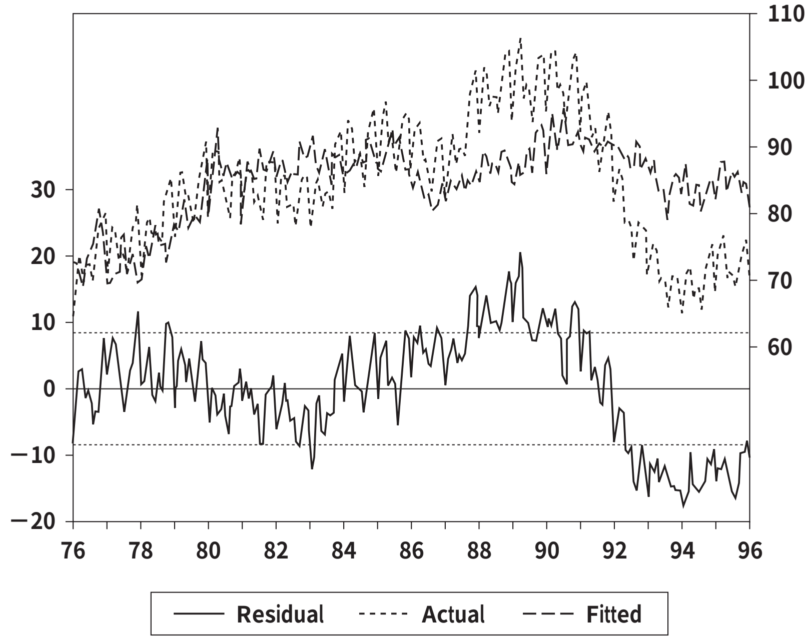


表3.５　構造変化の時点を指定したChowテスト

Chow Breakpoint Test: 1987：01

F-statistic	44.46789	Probability	0.000000
Log likelihood ratio	136.7054	Probability	0.000000

表3.６　構造変化予測のChowテスト

Chow Forecast Test: Forecast from 1987：01 to 1996：01

F-statistic	20.05073	Probability	0.000000
Log likelihood ratio	697.5743	Probability	0.000000

というその時点（break　point）は必ずしも事前には明らかでない。その場合、Chowテストを繰り返し行うことが考えられる。たとえばT＋１時点、T＋２時点、さらにT＋k時点までと繰り返し推計し、それぞれについて3.5)式あるいは3.9)式のF検定を行うことである。

実際によく用いられるのは逐次残差（recursive residuals）を利用したCUSUMテスト、あるいはCUSUMSQテストといわれるものである。表記の簡単化のために

$$y_i = a + bx_{1i} + e_i \qquad i = 1, \cdots, n$$ を考える。

T−１期までのサンプルを使いａとｂの推定量を$\hat{a}_{T-1}$と$\hat{b}_{T-1}$とし、これを利用してy_Tを予測すると、y_Tの予測値は

$$\hat{y}_T = \hat{a}_{T-1} + \hat{b}_{T-1}x_{1T}$$

となる。T期の誤差（逐次残差）は

$$v_T = y_T - \hat{y}_T = y_T - \hat{a}_{T-1} - \hat{b}_{T-1}x_{1T}$$

である。構造変化が無いならば

$$\hat{E}(y_T - \hat{y}_T) = 0 \qquad 3.10)$$

$$V(y_T - \hat{y}_T) = \sigma^2\left(1 + \frac{(x_{1T} - \bar{x}_1)^2}{\sum_{i=1}^{T-1}(x_{it} - \bar{x}_1)^2}\right)$$

$$= \sigma^2 s(v_T)^2 \qquad 3.11)$$

である。（基本的に3.11）式は第２章の2.10）式と同一である）。CUSUMテストは

$$w_T = \frac{y_T - y_T}{s(v_T)} \qquad 3.12)$$

をもとに行われる。w_Tは標準化逐次残差（standardized recursive residual）といわれる。構造変化は無いという帰無仮説、すなわち

H_0：$w_t \sim N(0,\ \sigma^2)$、w_tとw_sは互いに独立$(t \neq s)$のもとで、CUSUMテストは次による。

$$W_j = \Sigma_{s=3}^{j} \frac{w_s}{\sigma} (j = 3,\ 4,\ \cdots,\ n) \qquad 3.13)$$

図3.3　CUSUMテスト

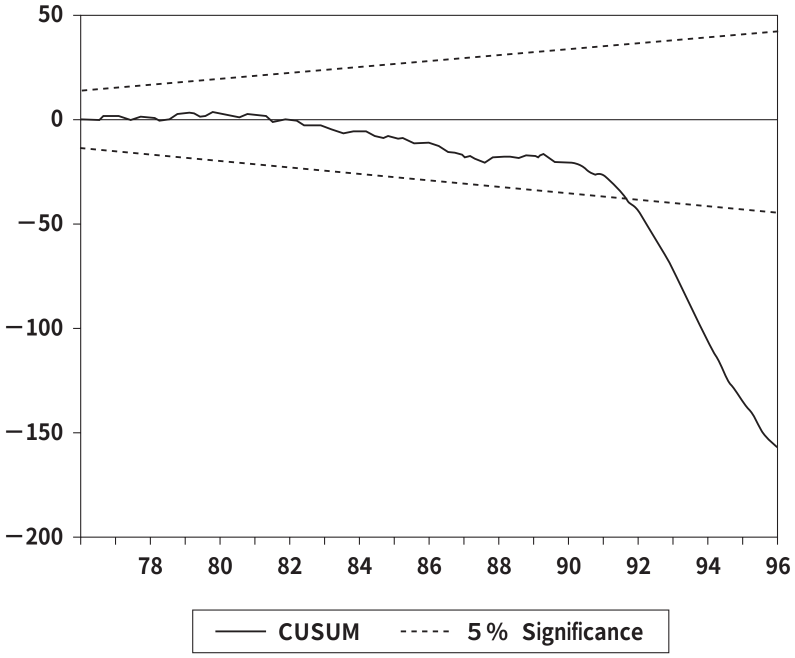
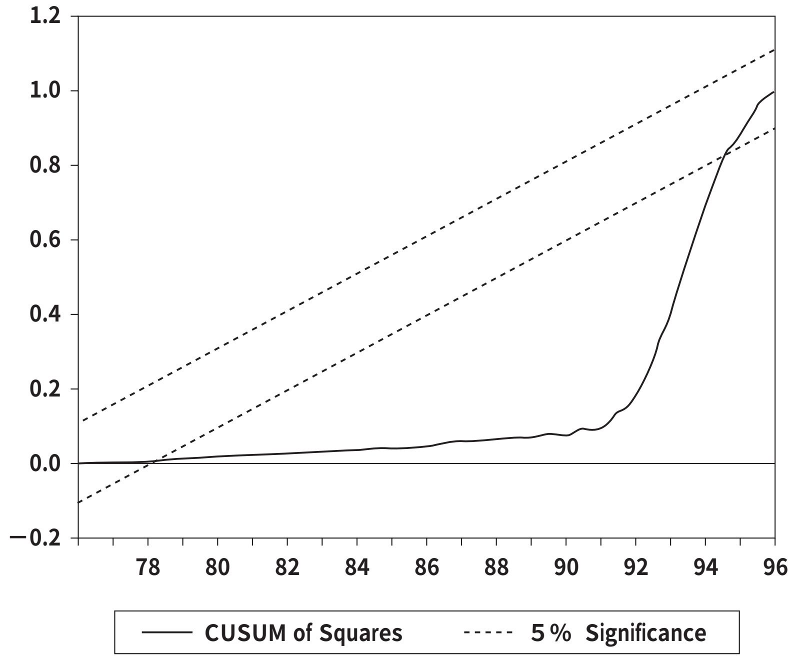


図3.4　CUSMSQテスト



ここで$\sigma^2=\frac{1}{n-3}\Sigma_{s=3}^{n}(w_s-\overline{w})^2$、$\overline{w}=\frac{1}{n-2}\Sigma_{s=3}^{n}w_s$

j時点での検定統計量の臨界値は$\pm\{a(n-2)^{0.5}+2a(j-2)/(n-2)^{0.5}\}$となる。aは有意水準に対応する値である。有意水準１％では1.143、５％水準では0.948、10％水準では0.850である。W_3, $W_4,\ldots,W_n$とそれに対応する臨界値を比較し、統計値が臨界値を超えた時点で構造変化がないという帰無仮説が棄却される。すなわち統計値が臨界値を超えた時点又はその直前にモデルの構造変化がある疑いがある。

Eviewsはこれをコマンドにより自動的に行う。

CUSUMSQテストは次による。

$$S_j=\frac{\Sigma_{s=3}^{j}W_s^2}{\Sigma_{s=3}^{n}W_s^2}\quad j=3,\ 4,\ \cdots,\ n \qquad 3.14)$$

この統計量の分布表はJohnston and Dinardo［1997］に与えられている。これを先の所定外労働時間指数の分析を例としてみてみよう。

View／Stability Tests／Recursive Estimates (OLS only)

を選択してほしい。読者は**CUSUM TEST, CUSUM of Squares Test**等が表示されたダイアログを見ることができるであろう。**CUSUM TEST, CUSUM of Squares Test**を順次クリックするとよい。Eviewsは５％の信頼水準区間を表示する。推計値がその範囲内であれば係数は安定しており、範囲外であれば構造変化が起きていることを示している。図3.３よりCUSUMテストでは92年から大きく５％の水準から乖離している。図3.４よりCUSUMSQテストでは、この乖離は一層顕著であることが分かる[7)]。

３　最尤法と尤度比検定、ワルド検定、ラグランジュ乗数検定

3.1　最尤法

今まで線形回帰モデルを推定するために最小二乗法（OLS）を用いたが、より一般的なモデルを推定するために最尤法（maximum likelihood estimator, ML）を使用する場合がある。最尤法の利点としては弱い仮定の下でも推定量は一致性、正規性と有効性を持つことや、三つの検定方法（尤度比検定、ワルド検定、ラグランジュ乗数検定）を適用することができることが上げられる。他方問題点としては被説明変数の確率度関数を完全に特定する必要があることが挙げられる。

ここで線形回帰モデルを例にして最尤法を紹介する。仮定A．１－A．５は成立するものとする。以下の式を考える。

$$y_t=a+b_1x_{1t}+b_2x_{2t}+\cdots+b_kx_{kt}+e_tt \qquad t=1,\ \cdots,\ n \qquad 3.15)$$

このとき仮定によりy_tの期待値（平均）は$a+b_1x_{1t}+b_2x_{2t}+\cdots+b_kx_{kt}$、分散が一定$\sigma^2$の正規分布に従う。期待値を$E(y_t)$と書くと、このとき確率密度関数は以下の尤度関数（likelihood function）で与えられる[8)]。

$$\phi(y_t)=L=\Pi\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\{-(y_t-E(y_t))^2/2\sigma^2\} \qquad 3.16)$$

計算の簡単化のために3.16）式の対数をとると（対数尤度関数、log–likelihood function）以下のようになる。

$$\log L=-\frac{n}{2}\log(2\pi\sigma^2)-\frac{1}{2\sigma^2}\Sigma(y_t-E(y_t))^2 \qquad 3.17)$$

対数尤度関数をa, b_1, …, b_kに関して最大に

７）この例ではChowテストとChowの予測検定の結果は一致している。共に構造変化は無いという帰無仮説を棄却している。しかし二つの仮説検定の結果が常に一致するとは限らないことに留意しておく必要はある。

８）$\Pi_{t=1}^{n}X_t=X_1X_2\cdots X_{n-1}X_n$。本文ではt＝１，nを省略する。

するのは右辺第２項の$\Sigma(y_t - E(y_t))^2$をa，b_1，…，　b_kに関して最小にすること同じである。それは明らかにa，b_1，…，b_kのOLSの推定量（$\hat{a}$，$\hat{b}_1$，…，$\hat{b}_k$）と一致する[9]。

分散については3.17）式をσ^2について微分し０とおく。

$$\frac{\partial \log L}{\partial \sigma^2} = -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{\Sigma(y_t - \hat{E}(y_t))^2}{2(\sigma^2)^2} = 0 \qquad 3.18)$$

ここで$v_t = y_t - \hat{a} - \hat{b}_1 x_{1t} - \cdots - \hat{b}_k x_{kt}$とし、RSSを残差平方和とする。3.18）式を解くと

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma v_t^2}{n} = \frac{RSS}{n} \qquad 3.19)$$

を得る。

3.19）式の分母はnでありn－(k＋１)を上回るので、最尤法で推定された分散は過小バイアスがかかっている。しかしnが十分大きければこのバイアスは無視することができる。対数尤度関数を最尤推定量で評価すると

$$LL = A - (n/2)\log\sigma^2 = B - (n/2)\log RSS$$

となる。ここでLLは対数尤度である。またＡとＢはデータに依存しない定数項である。

3.2　尤度比検定、ワルド検定、ラグランジュ乗数検定

尤度比検定（likelihood ratio test）は最尤法を利用することができる大標本サンプルでの検定に用いられる。尤度比検定を行うのには、制約のないモデルと制約のあるモデルの両方を推定する必要がある。

制約のないモデルから得られた対数尤度をLL_U、r個の制約をつけたモデルから得られた対数尤度をLL_Rとする。最尤法の原理より$LL_U \geqq LL_R$が必ず成立する。残差平方和を各々RSS_U、RSS_Rとする。

一般的な尤度比統計量（likelihood ratio, LR）は以下により与えられる。

$$LR = 2(LL_U - LL_R) \qquad 3.20)$$

制約が有効であれば、3.20）式の値は小さくなるであろう。3.20）式は自由度rのχ^2分布に従うことが知られている。これを3.15）式の線形回帰モデルに適用すると

$$LR = n^* \log\left(\frac{RSS_R}{RSS_U}\right)$$

となる。さらに定数項以外の係数が全てゼロという帰無仮説の検定は、$TSS = RSS_R$なので

$$LR = n^* \log\left(\frac{1}{1 - R^2}\right)$$

による。ここでR^2は3.15）式の決定係数。

ワルド検定（Wald test, W）の基本的な考え方は制約のないモデルの推定量を利用し、仮説検定を行うことである。ワルド検定について3.15）式で$b_1 = b_2$の制約のケースを例にして考えよう。制約が有効であれば$\hat{b}_1 - \hat{b}_2$は０に近づくであろう。

逆に制約が有効でなければ０から乖離するであろう。$\hat{b}_i$の分散を$V(\hat{b}_i)$、$\hat{b}_1$と$\hat{b}_2$の共分散を$Cov(\hat{b}_1, \hat{b}_2)$とすると$\hat{b}_1 - \hat{b}_2$の分散は$V(\hat{b}_1 - \hat{b}_2) = V(\hat{b}_1) + V(\hat{b}_2) - 2Cov(\hat{b}_1, \hat{b}_2)$となる。制約が有効であれば$(\hat{b}_1 - \hat{b}_2)/\sqrt{V(\hat{b}_1 - \hat{b}_2)}$は標準正規分布N（０，１）に従う。$V(\hat{b}_1 - \hat{b}_2)$は未知の$\sigma^2$に依存するので、その代わりに$\hat{\sigma}^2$を代入し、$V(\hat{b}_1 - \hat{b}_2)$の推定量を$\hat{V}(\hat{b}_1 - \hat{b}_2)$とすると、ワルド統計量（W）は、

$$W = \frac{(\hat{b}_1 - \hat{b}_2)^2}{\hat{V}(\hat{b}_1 - \hat{b}_2)} \qquad 3.21)$$

が自由度１のχ^2分布に従う（制約の数がrであれば、自由度はrとなる)。この式から明らかなように、ワルド検定は制約の無いモデルからだけを用いて検定できる（制約のあるモデルを利用しない点で尤度比検定よりは簡便である)。

９）最尤法による推定量をMLEと書くことがある。

r個の制約がある場合は

$$W=\frac{n(RSS_R-RSS_U)}{RSS_U} \quad 3.22)$$

となることが知られている。制約が有効であればこれは自由度rのχ^2分布に従う。

ラグランジュ乗数検定（Lagrange multipler test, LM）は、ワルド検定とは逆に、制約のあるモデルだけを用いて推定する。$b_1=b_2$の制約があるとする。

$$\frac{\partial LL_R}{\partial b_j}=\frac{\partial LL_U}{\partial b_j}+\lambda\frac{\partial(b_1-b_2)}{\partial b_j}=0 \quad \text{for all i} \quad 3.23)$$

ここでλはラグランジュ乗数。

したがって

$$\frac{\partial LL_U}{\partial b_j}=-\frac{\lambda\partial(b_1-b_2)}{\partial b_j}$$

制約が有効であればλは0から大きく離れることはないであろう。したがって上式は0に近づくであろう。逆に制約が有効でなければλは0から大きく離れるであろう。

r個の制約の場合このラグランジュ乗数は

$$LMW=\frac{n(RSS_R-RSS_U)}{RSS_R} \quad 3.24)$$

で計算され、これが自由度rのχ^2分布に従うことが知られている。

以上の３の統計量の関係は

$W \geqq LR \geqq LM$ 　3.25)

となる[10)]。したがってワルド検定や尤度比検定で帰無仮説が棄却されても、ラグランジュ乗数検定では棄却されないことがある。

なおこれらの検定量の正確な分布を得るためには、帰無仮説が正しく、かつ標本数（n）が十分大きい（大標本）という前提が満たされていることが必要である。

表3.５、3.６で示されているLog likelihood ratioは尤度比検定の例である。

４　関数型と弾性値、限界性向

これまでモデルの関数型を$y_i=a+b_1x_{1i}+b_2x_{2i}+\cdots+b_kx_{ki}+e_i$のように被説明変数と説明変数の関係を線形で表すケースをみてきた。年功序列賃金の分析で年齢の自乗項を説明変数に加えたが、これも

年齢の自乗＝年齢×年齢

を新たな変数と考えれば、線形関数である。つまりZをX×Xと定義してやればよいということである。このことはダミー変数×連続変数（たとえばfemale*age）の場合も同様である。

このように経済理論モデルが非線形（non–linearity）である場合も、何らかの変換を行うことで、計量分析では線形モデルに変換できることがある。それによりOLSを適用することができる。

ここでは、代表的な関数形、あるいはその変形について、係数の意味を弾性値（elasticity）と傾き（slope)、限界性向（marginal propensity）を中心に簡単にまとめてみたい。

弾性値と傾きの意味をみるために従来の線形モデルを再度取り上げてみる。

$y_i=a+bx_i+e_i$ 　3.26)

xが１％変化するときyが何％変化するかという弾性値は次で与えられた（第１章参照)。

$$\frac{\partial y/y_i}{\partial x/x_i}=b\frac{x_i}{y_i} \quad 3.27)$$

線形関数の場合$b(x_i/y_i)$で弾性値が求められる。

xが１単位変化するときyは何単位変化するという限界性向は

10) x＞０のとき、$x \geqq \log(1+x) \geqq x/(1+x)$が知られている。これを用いる。各統計量をnで除すと$W/n=(RSS_R-RSS_U)/RSS_U$、$LM/n=(RSS_R-RSS_U)/RSS_R=(W/n)/(1+W/n)$、$LR/n=\mathrm{Log}(RSS_R/RSS_U)=\mathrm{Log}(1+W/n)$となる。W/n＝xとおくと、x(ワルド)$\geqq x/(1+x)$(ラグランジュ)、$x \geqq \mathrm{Log}(1+x)$(尤度比)、$\mathrm{Log}(1+x)$(尤度比)$\geqq x/(1+x)$(ラグランジュ)の関係を得る。

$$\frac{\partial y}{\partial x}=b \qquad 3.28)$$

で求められる。係数bは限界性向を表すことが分かる。

年齢の自乗などの2次の項を含む2次関数（polynomial function）を

$$y_i=a+b_1x_i+b_2x_i^2\,2+e_i \qquad 3.29)$$

と書くと、限界性向は次のように係数b_1、$2b_2$の他にx_iにも依存する。

$$\frac{\partial y}{\partial x}=b_1+2b_2x_i \qquad 3.30)$$

また弾性値は次で求められる。

$$\frac{\partial y/y_i}{\partial x/x_i}=b_1\frac{x_i}{y_i}+2b_2\frac{x_i^2}{y_i} \qquad 3.31)$$

3.29）式と3.30）式からb_1とb_2の符号が逆であれば、この関数はU字型（逆U字型）であり、$x_i=-b_1/2b_2$で限界性向の符号は逆転することがわかる（第2章で年齢の自乗項を入れたケースを参照)。

失業率と物価の関係を示すフィリップス曲線のような逆関数（inverse function）は

$$y_i=a+b(1/x_i)+e_i \qquad 3.32)$$

で表される。これも（$1/x$）を新たな変数と考えれば線形関数である。

このとき弾性値は$-b(1/x_iy_i)$、限界性向は$-b(1/x_i^2)$で与えられる。

コブダグラス型の生産関数のように、説明変数についてもパラメータについても線形ではないケースもある。これは以下のように示される。

$$y_i=ax_i^{be^{i}} \qquad 3.33)$$

3.33）式は両辺対数をとることにより

$$\log y_i=\log a+b\log x_i+e_i \qquad 3.34)$$

と両辺が対数となる対数線形関数（double log function, log-log function）にすることができる[11)]。

$\log a=a'$とするとさらに$\log y_i=a'+b_1\log x_i+e_i$と書くことが可能である。

このとき弾性値は以下のようにして求められる。

$$\frac{\partial y/y}{\partial x/x}=b \qquad 3.35)$$

パラメータのbは弾性値を表すことがわかる。弾性値が一定であるという点で、解釈が容易なモデルであり、実証では線形関数とともによく用いられる。

次に限界効果を考える。

$$\frac{\partial(\log y)}{\partial x}=\frac{\partial(a'+b\log x)}{\partial x}=\frac{b}{x}$$

ここで左辺はチェーンルールより

$$\frac{\partial(\log y)}{\partial x}=\frac{\partial(\log y)}{\partial y}\ \frac{\partial y}{\partial x}=\frac{1}{y}\ \frac{\partial y}{\partial x} \qquad 3.36)$$

従って限界効果は以下のようになる。

$$\frac{\partial y}{\partial x}=b\frac{y_i}{x_i} \qquad 3.37)$$

このように非線形の関数は対数をとることにより線形関数に変形することができることがある。たとえば

$$y_i=\exp(a+bx_i+e_i) \qquad 3.38)$$

は両辺対数をとると、以下のように半対数（semi-log）に線形変換できる。

$$\log y_i=a+bx_i+e_i \qquad 3.39)$$

3.39）式より限界性向と弾性値は次のように得られる。

$$\frac{\partial y}{\partial x}=b\cdot\exp(a+bx_i+e_i)=by_i \qquad 3.40)$$

$$\frac{\partial y/y}{\partial x/x}=bx_i \qquad 3.41)$$

さらに半対数線形関数には次のようなものもある。

$$\exp(y_i)=\exp(a+e_i)x_i^b \qquad 3.42)$$

11）対数をとる関係で$y_i>0$，$x_i>0$という制約条件がついている。

対数をとると以下の式を得る。

$$y_i = a + b\log x_i + e_i \qquad 3.43)$$

限界性向と弾性値は以下のようである。

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{b}{x_i} \qquad \frac{\partial y/y}{\partial x/x} = \frac{b}{y_i}$$

最後に対数の逆関数（log-inverse　function）を例示しておこう。

$$y_i = \exp\left(a - b\ \frac{1}{x_i} + e_i\right) \qquad 3.44)$$

$$\log y_i = a - b\left(\frac{1}{x_i}\right) + e_i \qquad 3.45)$$

となるので、限界性向と弾性値は

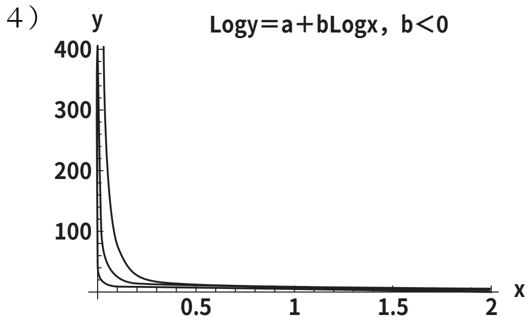
$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{by}{x_i^2} \qquad \frac{\partial y/y}{\partial x/x} = \frac{b}{x_i}$$

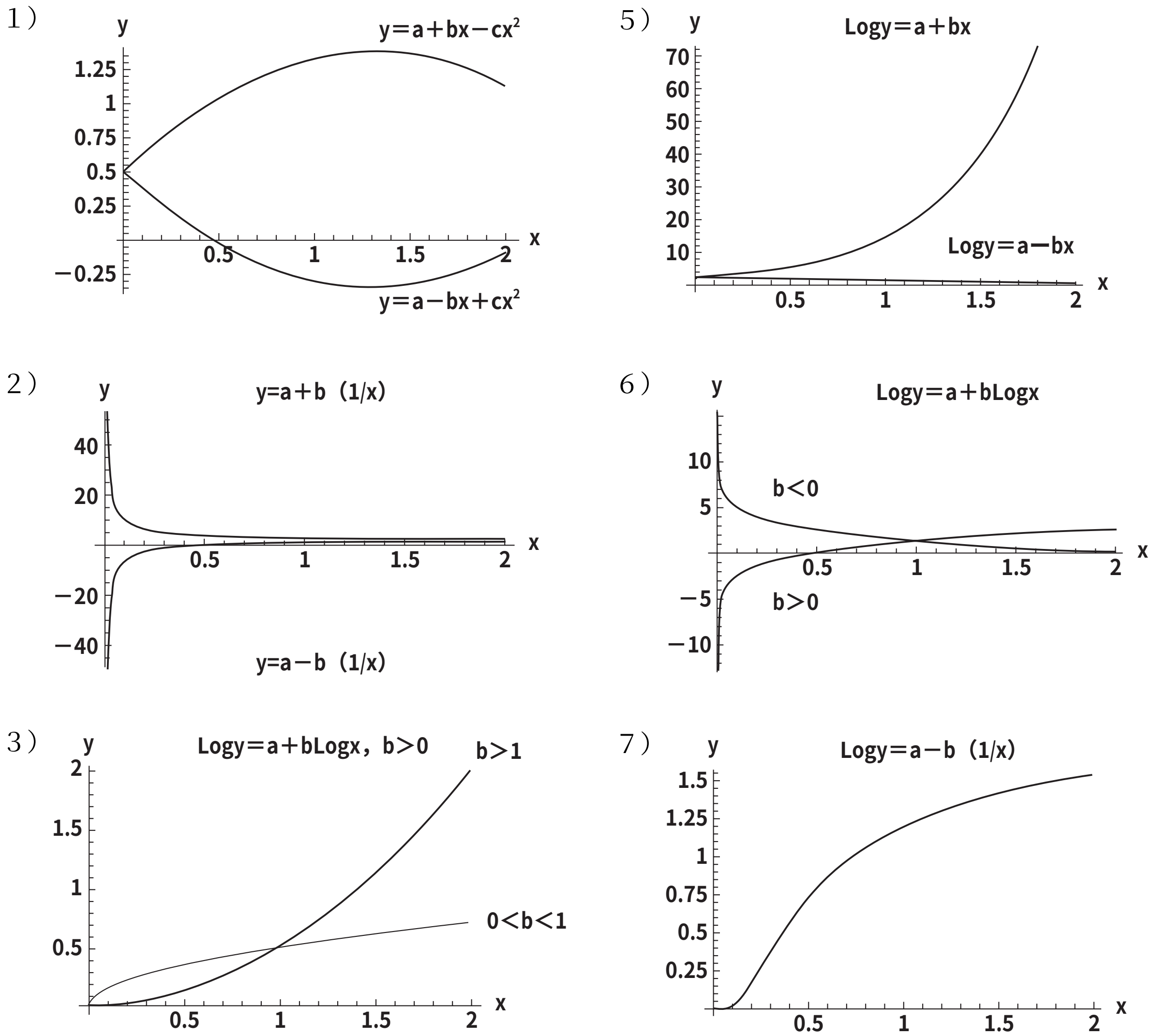
で与えられる。

これらの関数型を図示したものが図3. 5である。

これらの関数のうちで、どれが妥当かは一律に

図3.５　様々な関数形





は定まらない。コブダグラス型生産間数のように経済理論で対数線形とされるケースもあるが、実際は分析者が何を求めようとしているかによることも多い。弾性値一定ということに興味があるのか限界性向一定に関心があるかなどで、モデルの選択は左右される。

選択の一つの有用な基準は、サンプル期間外に外捜したときモデルによる予測が大きくずれるかどうかである。大きくずれない関数型を採用することが望ましい（たとえば3.26）式と3.29）式、あるいは3.26）式と3.34）式を読者は実際に試してみるとよい）。

5　モデルの選択

5.1　モデルの選択と情報量基準

被説明変数が同一である場合のモデルの選択について、ここでは情報量を参考に行う例をみてみよう。3.1）式の賃金関数では定数項以外に５つの説明変数がある。この中でどの変数の組み合わせが妥当であるかというものである。あるいは超勤時間の推計では３個の説明変数があった。これ以外にも超勤時間を決定する有力な変数があるかもしれない。

誤差項の役割で説明したように、経済理論は抽象化されたものであり、実際の分析に当たっては、どの変数が用いられるべきかは必ずしも明らかではない。説明変数の選択をどう行うかは、実証の大きな課題である。

そのとき真のモデルとの乖離が少ないことが、モデルの選択としては望ましいであろう。言い換えればモデルの当てはまり（適合度）の悪さが少ない方がより望ましい。情報量基準はこのような考え方に基づくものである。

カルバック・ライブラーの情報量（Kullback–Leibler's information, KLI）はこれを定式化したものである。計量経済学でよく用いられるのは、これを援用した赤池の情報量基準（Akaike's Information Criterion, AIC）である。モデルの対数尤度をlogL、定数項を含む説明変数の数をs個、サンプル数をn個とする。

$$AIC = -2\log L/n + 2s/n \qquad 3.46)$$

で与えられる。AICが最も小さくなるもの（真のモデルから乖離が少ない、適合度の悪さが少ない）を選ぶものである。尤度関数を適用できるすべてのモデルの選択に使うことができる（OLSも最尤法で推定することができる）。一般にサンプル数が多いほどこの値は小さくなる。3.15）式のような場合、定数項を含む説明変数の数が（k＋１）とし、残差平方和（RSS）を用いると3.46）式は

$$AIC = \log(RSS/n) + 2(k+1)/n \qquad 3.47)$$

と同値である。Eviewsの推計結果の表にでてきたAkaike info criterionはこのAICである。

AICと並んでよく使われるものに、シュバルツの情報量基準（Schwarz criterion, SC）がある。一般的に

$$SC = -2\log L/n + (s^{*}\log n)/n \qquad 3.48)$$

として定義されている。3.15）式のような場合

$$SC = \log(RSS/n) + [(k+1)\log n]/n \qquad 3.49)$$

で与えられる。AICと同じようにSICの最も小さいモデルを選べば良い。EVIEWSではSchwarz criterionとして結果が表示されている。

このAIC、SCとも複数のモデルの候補の中から、いずれか一つのモデルを選択しようというもである。

5.2　非入れ子型モデルの選択、ＪテストとEncompassingデスト

$$\text{モデルA}\quad y_i = a + bx_i + e_i \qquad 3.50)$$

$$\text{モデルB}\quad y_i = c + dz_i + u_i \qquad 3.51)$$

のように一方のモデルの説明変数が他のモデルの説変数に含まれていないケースがある。この時x_i

をz_iの線形関数として表現することができなければ、モデルＡとモデルＢを非入れ子型モデル（non-nested　model）という。どちらのモデルが望ましいかについてはAICやSCを用いることはできる。その場合いずれか一つを必ず選択する。双方が採択される（逆にともに棄却される）可能性を認めるという意味でより柔軟なDavidson and MacKinnonのJテストがある。

3.50）式から得られる予測値を$\hat{y}$ A、3.51）式から得られる予測値を$\hat{y}$ Bとする。仮にモデルＡが正しいのであれば、$\hat{y}$ Bを3.50）式のモデルの説明変数としても、それは有意な結果をもたらさないであろう。またモデルＢが正しいのであれば、$\hat{y}$ Aを3.51）式の説明変数に加えたとしてもやはり有意な結果は得られないであろう。具体的には

$$y_i = a + bx_i + f\hat{y}B_i + v_{1i} \qquad 3.52)$$

$$y_i = c + dz_i + g\hat{y}A_i + v_{2i} \qquad 3.53)$$

を推計し、f＝０、あるいはg＝０の帰無仮説を各々t検定するものである。

f＝０かつg＝０がともに棄却できない
（モデルA、Ｂとも受容）
f＝０かつg＝０がともに棄却される
（モデルA、Ｂとも棄却）
f＝０が棄却できない。g＝０が棄却される
（モデルＡを受容、Ｂを棄却）
f＝０が棄却される。g＝０が棄却できない
（モデルＡを棄却、Ｂを受容）
の４通りが有り得る。

Encompassingテスト（包含テスト）の考え方は、モデルAには含まれないがモデルＢには含まれる説明変数をモデルＡに追加すると、その新しいモデル（Ａ ’）はモデルＢを特殊ケースとして含むことになるというものである。この新しい変数を含んだより一般的なモデルＡ ’を作成しようというものである。

仮にモデルAが正しいのであれば、Ａ ’に追加された説明変数は統計的に有意な結果をもたらさないであろう。逆にモデルＢが正しいのであれば、モデルＢに含まれず、モデルＡに含まれる説明変数をモデルＢに説明変数として追加（Ｂ ’）しても、Ｂ ’においてその加えられた説明変数は統計的に有意な結果は得られないであろう。3.50）式と3.51）式において、このようなEncompassingモデルは

$$y_i = a + bx_i + dz_i + v_i$$

となる。

d＝０であればモデルＡが得られ、b＝０であればモデルＢが得られる。そこでd＝０、あるいはb＝０の帰無仮説を各々ｔ検定するものである（一般的な場合、追加される説明変数は複数である。そのときは追加した説明変数の係数が同時にゼロであるという帰無仮説をＦ検定で検定する）。

d＝０かつb＝０がともに棄却できない
（モデルA、Ｂとも受容）
d＝０かつb＝０がともに棄却される
（モデルA、Ｂとも棄却）
d＝０が棄却できない。b＝０が棄却される
（モデルＡを受容、Ｂを棄却）
d＝０が棄却される。b＝０が棄却できない
（モデルＡを棄却、Ｂを受容）
の４通りが有り得る。

このＪテストとEncompassingテストを所定外労働時間のケースでみてみよう。近年では第三次産業の比率が第二次産業の比率を遥かに上回っている。そこで説明変数の鉱工業生産指数のIIPに替えて第三次産業活動指数（sanjiと表記する）、卸売物価指数のWPIに替えて消費者物価指数（cpi）を入れてみよう。

Eviewsではｊテストは以下のように行う。

```
equation modela.ls chokin c iip workhen wpi
 '予測値をiipfitと名付けて保存
modela.fit iipfit
```

表3.7　Jテスト1

Dependent Variable: CHOKIN
Method: Least Squares
Date: 05/04/99　Time: 10：40
Sample (adjusted): 1976：01　1996：01
Included observations: 241 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	367.0510	46.46685	7.899201	0.0000
IIP	0.405451	0.041514	9.766655	0.0000
WORKHEN	42.17696	5.123773	8.231621	0.0000
WPI	0.807849	0.079582	10.15115	0.0000
SANJIFIT	−4.780805	0.646220	−7.398110	0.0000

表3.8　Jテスト2

Dependent Variable: CHOKIN
Method: Least Squares
Date: 05/04/99　Time: 10：40
Sample (adjusted): 1976：01　1996：01
Included observations: 241 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−34.08616	0.082700	−3.652835	0.0003
SANJI	0.437152	−4.850002	5.286001	0.0000
WORKHEN	−8.273808	1.705939	0.0000	0.0000
CPI	−1.149852	0.151070	−7.611371	0.0000
IIPFIT	2.242111	0.170511	13.14937	0.0000

equation modelb.ls chokin c sanji workhen cpi

’予測値をsanjifitと名付けて保存

modelb.fit sanjifit

’Jテストを実施

equation modelah.ls chokin c iip workhen wpi sanjifit

equation modelbh.ls chokin c sanji workhen cpi iipfit

結果は表3.7と3.8に示すとおりである。予測値であるsanjifitとiipfitは1%水準で有意である。(AICやSCでは必ず一方が採択されるのとは対照的に）このJテストではいずれのモデルも棄却されない。この例ではモデルの定式化を更に検討した方が良さそうである。

EviewsではEncompassingテストは以下のように行う。

equation modelae.ls chokin c iip workhen wpi sanji cpi

推定結果の詳細は省略するが、第2章で説明したようにredundant variableとしてiip wpiを指定した場合の検定結果（F検定と尤度比検定）を表3.9に、redundant variableとしてsanji cpiを指定した場合の検定結果を表3.10に掲げる。いずれものケースもF検定と尤度比検定で、追加された説明変数がともに0であるという帰無仮説は強く棄却されている。実際にも追加された変数はいずれも統計的に有意であり、両モデルはともに棄却される。

このようにJテストやEncompassingテストでは、いずれも棄却されない（受容される）、ある

表3.9　Encompasingテスト1

Redundant Variables: IIP WPI

F-statistic	242.2983	Probability	0.000000
Log likelihood ratio	269.7044	Probability	0.000000

表3.10　Encompasingテスト2

Redundant Variables: SANJI CPI

F-statistic	163.3818	Probability	0.000000
Log likelihood ratio	210.0305	Probability	0.000000

いはいずれも棄却されるということがある。その場合はモデルの定式化を再度検討する必要がある。

5.3　ラムゼイテスト

モデルの選択が正しいものかどうか、モデルの定式化に誤りがないかの検証に使われるものの一つにラムゼイテスト（Ramsey's Regression Specification Error Test, Ramsey RESET test）がある。

このテストは直感的にいうと、モデルの定式化が正しければ仮に新しい変数を付け加えたとしてもその変数は有意な説明力を持たないであろう。逆に定式化が誤っており、真のモデルに含まれるべき変数があるとすれば、その含まれるべき変数を元の式に加えて推計すると、その変数は有意となり式の説明力を高めるであろうというものである（同じ考え方をJテストとEncompassingテストにも適用することができる）。

問題は真のモデルに含まれるべき変数が既知ではないことである。その代理変数としてRESETでは、元のモデルの予測値の自乗項や3乗項、4乗項等を用いる。元のモデルが以下のようであるとする。

$$y_i = a + bx_i + e_i \qquad 3.54)$$

その予測値$\hat{y}_i$の自乗項や乗項を$\hat{y}_i^2$　$\hat{y}_i^3$　$\hat{y}_i^4$　とする。

$$y_i = a + bx_i + c_1\hat{y}_i^2 + c_2\hat{y}_i^3 + c_3\hat{y}_i^4 + e_i \qquad 3.55)$$

H_0：$c_1 = c_2 = c_3 = 0$

H_1：H_0ではない

をF検定するものである。制約のない3.55）式の残差平方和をRSS_u、制約のあるモデル3.54）式の残差平方和をRSS_r、標本数をnとするとF検定は

$$F = \frac{\dfrac{(RSS_r - RSS_u)}{3}}{\dfrac{RSS_u}{(n-2-3)}} \qquad 3.5)$$

となる。モデルの定式化が間違っていないという帰無仮説が正しければこれが自由度（3，n－2－3）のF分布に従う。

EviewsではこのRESETをコマンドで行うことができる。たとえば

chokin c iip workhen wpiの結果が表示されているものとする。

View/Stability Test/Ramsey RESET Test

を選択し、**RESET　Specification**の画面がでる。そのときダイアログに

Number of fitted term

で次数を聞いてくる。適当と考えられる次数をこのダイアログに指定する（Eviewsは2次の項を1として扱うので、4次項までを指定するのであれば3とする）。結果は表3.11に示すとおりである。

F値は5.26であり、p値は0.0016であるから帰

表3.11　Ramseyテスト

Ramsey RESET Test

F-statistic	5.257006	Probability	0.001581
Log likelihood ratio	15.71885	Probability	0.001295

Test Equation
Dependent Variable: CHOKIN
Method: Least Squares
Date: 05/04/99　Time: 10：57
Sample: 1976：01　1996：01

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4052.052	3780.776	1.071751	0.2849
IIP	145.0729	138.7888	1.045278	0.2970
WORKHEN	3536.995	3384.881	1.044939	0.2971
WPI	257.3893	246.2379	1.045287	0.2970
FITTED^2	−11.94297	11.41571	−1.046186	0.2966
FITTED^3	0.096304	0.092296	1.043434	0.2978
FITTED^4	−0.000289	0.000279	−1.035352	0.3016

無仮説は強く棄却されている[12)]。また推計値の自乗項（FITTED^2）や３乗項（FITTED^3）等はt検定では10%水準で有意ではない。複合仮説検定を学んだ読者には、この問題は明らかだろう。

参考文献

情報量基準については
鈴木義一郎［1995］『情報量基準による統計解析入門』講談社サイエンティフィクの第６、７章が分かりやすい。
Chowテスト、CUSUMテストについては
Johnston, J. and J. DiNardo［1997］, *Econometric Methods*, 4th Edition, McGraw-Hill, New York.のCh 4.
Kmenta, J［1997］, *Elements of Econometrics*, 2th Edition,University of Michigan PressのCh10-２が詳しい。
尤度比検定、ワルド検定、ラグランジュ乗数検定については
Thomas, R［1985］, *Introductory Econometrics*, 2th Edition, LongmanのCh4.5-4.7
Thomas, R［1996］, *Modern Econometrics*, Addison-WesleyのCh9-3参照（ただしThomas［1996］は非線形制約に関するものである）。
様々な関数型については
Hill, R W. Griffiths and G. Judge［1997］*Undergraduate Econometrics*, John Wiley & SonsのCh6-3が分かりやすい。
モデルの選択とその問題については

12）Log likelihood ratioは尤度比検定である。尤度比検定でも帰無仮説は棄却されている。

Kmenta, J［1997］のCh11-10

Maddala. G. S［1992］, *Introduction to Econometrics*, 2th Edition, Prntice HallのCh12-12を参照。