

応用計量経済学(6)

横浜市立大学商学部

松浦 克己

大阪大学国際公共政策研究科 Colin McKenzie

第6章 ラグのあるモデル、動学モデル、期待のモデル

1 はじめに

家計や企業の行動は、その期だけで完結するとは限らない。家計の消費が習慣性を持っているならば、前期（あるいは前年同期）の影響を受けているかもしれない。所得の影響も当期だけではなく、前期の所得も影響しているかもしれない。また企業が売り上げの増加に対応し、供給を増やすために設備を増設するケースでも、一挙に設備投資を行うのでは費用がかかりすぎるので、二期や三期に分けて行うこともあるだろう。

また人々の行動は契約や調整コストによって影響を受けることがある。たとえば金利が上昇しているので、既存の低金利の定期預金を解約し新たに投資信託を購入しようとしても、解約手数料がかかるので定期預金を解約することができないかもしれない。そのような場合には、最適なポートフォリオを達成するためには時間がかかることになる。

人々は意志決定を行うために、様々な情報を集め分析して行うであろう。その情報は、各期毎に

瞬時に得られるとは限らない。たとえば我々の求職活動に影響する有効求人倍率は、2-3ヶ月後に公表される。そのために我々の意志決定も遅れを持つことがある。言い換えれば我々の意思決定は、古い情報に依存することがある。情報の収集と公開までに時間を要することを考えれば、このような例は希ではないだろう¹⁾。

このように経済主体の行動は遅れ（lag）を伴うことがある。また前期や前々期などの時間を通じた影響を考えるモデルを、動学モデル（dynamics model）という。

これに関連するが人々の意志決定には、予想あるいは期待（expectation）が重要な意味を持つ。円ドルレートが上昇するか下落するかの予想は商社にとり死活的な問題であろう。機関投資家にとり株価や国債価格の予想は、最も大きな関心事項であろう。むろん人々はやみくもに予想を形成するわけではない。その予想は過去の円ドルレートの動きや株価の動きはもとより、為替や金融指標に影響する様々な要因を含めて判断されるであろう。言い換えれば、人々は予想を形成する時点での利用可能な情報を用いて、将来の動向を判断をしようとするであろう²⁾。

本章ではこれらの密接に関連する事項を取り上

¹⁾ 広い意味での認知ラグの問題の一種である。

²⁾ 本章では、予想あるいは期待という用語を、以下「期待」に統一する。これはexpectationの訳語が「期待」として経済学や計量経済学で浸透しているためである。

げる。

2 分布ラグモデル (distributed lag model)

2.1 単純なラグのあるモデル

被説明変数 y_t が説明変数 x_t について、当期のみならずラグを持って影響される、次のようなケースを考える。

$$y_t = a + b_0 x_t + b_1 x_{t-1} + \dots + b_k x_{t-k} + e_t \quad (6.1)$$

誤差項 e_t は標準的仮定を充たすものとする。このようにラグの長さが相当長いモデルを分布ラグモデルという。なおここではラグの長さは有限 (finite distributed lag) であるとして議論を進める。

パラメータ b_0, b_1, \dots, b_k は各々 $x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-k}$ が y_t に与える影響の程度を示している。これらを合計したものが x_t の y_t に対する累積効果となる。

この x_t の当期及び過去の期 ($i = 1, 2, \dots, k$) の影響の累積効果については

$$\sum_{i=0}^k b_i <$$

を仮定する。さもなければ y_t は発散するからである。

当期の x_t の係数 b_0 は、 x_t の限界性向である (第三章参照)。これを短期効果 (short run effect, impact effect) という³⁾。

全てのラグの効果を見た $\sum_{i=0}^k b_i$ を長期効果 (long run effect) という。第1節で説明した契約と調整コストの例より長期効果の絶対値の方が短期効果の絶対値より大きいはずである。また途中の期まで (例えば2期まで) の効果 $\sum_{i=0}^2 b_i$ を中間乗数 (interim multiplier) ということがある。

6.1) 式のパラメータ b_0, \dots, b_k が全て正であれば、以下のように平均ラグ (mean lag) を計算することができる。

$$\text{平均ラグ} = \frac{\sum_{i=0}^k i b_i}{\sum_{i=0}^k b_i} = 0 \cdot \frac{b_0}{b_0} + 1 \cdot \frac{b_1}{b_1} + 2 \cdot \frac{b_2}{b_2} + \dots + k \cdot \frac{b_k}{b_k}$$

6.2)

この平均ラグは、 x の長期効果の半分が現れるまでの平均的な期間 (たとえば金利が設備投資に与える長期影響の半分が現れるまでの平均的な期間) として理解することができる。

誤差項が標準的な仮定を充たし、また x も非確率変数であれば、6.1) 式をOLSで推定することができる。ただしラグの長さが長くなるほど、我々が利用できるサンプル数は少なくなる。サンプル数を n とし、ラグの長さを k とすれば、それだけで利用可能なサンプルは $(n - k)$ 個となる。たとえば四半期データでラグを10とすると、2年半分推計期間は短くなる。これにより自由度が減少し、 t 値などの検定の検出力が低下するという問題がある。またマクロデータの分析は四半期データを使うケースが多いこと、及び経済構造の変化 (ChowテストやCUSUMテストを思い出してほしい) を考えると、ラグの長さを余り大きくすることは以外と困難な場合がある。

實際上余り長いラグをとるときのもう一つの問題は、多重共線関係である。経済変数は緩やかに変化することが多いので、 x_t と x_{t-1} 、あるいは x_{t-1} と x_{t-2} 等々は高い相関を持つことが多いであろう。そのためにラグの長さを多くすると深刻な多重共線問題が起きることがある (第2章参照)。

この単純なラグを持つケースをEviewsで取り上げてみよう。

民間部門の資本形成 (季節調整済み、CAPITALADJと表記) が経済活動 (代理変数としてGDP) の時間を通じた影響を受けると仮に想定しよう。その他の要因として銀行貸出 (LOAN)、在庫水準 (季節調整済み、INVENTADJ)、金利

³⁾ 衝撃乗数 (impact multiplier) といわれることもある。

(国債10年もの流通利回りで代理、BOND)と、日銀短観の生産営業判断指数(TAPC)を考える。データは80年第一四半期から96年第二四半期までである。

なおCAPADJ、GDP、LOANについては卸売物価指数(WPI)で基準化した。

- 1 workfile a: macro q 80 : 1 96 : 2
- 2 smpl 80 : 1 96 : 2
- 3 read a: ¥data.csv quarter gdp capitaladj wpi loan inventadj bond tapc call2 opeadj
- 4 WPIを用い基準化、対数変換
- 5 series logcap = log (capitaladj/wpi)
- 6 series loggdp = log (gdp/wpi)
- 7 series logloan = log (loan/wpi)
- 8 LOGGDPが4期までのラグを持つモデルを考える
- 9 LOGCAP_t = a + b*LOGLOAN

$$\begin{aligned}
 &+ c_0^* \text{LOGGDP}_t \\
 &+ c_1^* \text{LOGGDP}_{t-1} \\
 &+ c_2^* \text{LOGGDP}_{t-2} \\
 &+ c_3^* \text{LOGGDP}_{t-3} \\
 &+ c_4^* \text{LOGGDP}_{t-4} \\
 &+ d^* \text{INVENTADJ}_{t-1} \\
 &+ e^* \text{BOND}_t + f^* \text{TAPC}_{t-1} + u_t
 \end{aligned}$$

を推計するコマンド

```

10 equation wq6_1. ls logcap c logloan
   loggdp loggdp(-1) loggdp(-2)
   loggdp(-3) loggdp(-4) inventadj(-1)
   bond tap(-1)

```

9行と10行の比較から分かるように、ラグ付き変数については、モデルを推定する前に新たな変数、例えばLOGGDP_{t-n}を作る必要はない。その代わりに推定するモデルにラグの次数をnとする場合は、LOGGDP(-n)として指定すれば良い。結果は表6.1に示すとおりである。データは80

表6.1 ラグのあるモデルの推計

Dependent Variable: LOGCAP
Method: Least Squares
Sample (adjusted) 1981:1 1996:2
Included observations: 62 after adjusting endpoints

| Variable | Coefficient | Std. Error | t Statistic | Prob. |
|--------------------|-------------|-----------------------|-------------|-----------|
| C | 5.181724 | 0.299591 | 17.29600 | 0.0000 |
| LOGLOAN | 0.284848 | 0.054274 | 5.248339 | 0.0000 |
| LOGGDP | 0.482876 | 0.113749 | 4.245106 | 0.0001 |
| LOGGDP(-1) | 0.230571 | 0.050780 | 4.540626 | 0.0000 |
| LOGGDP(-2) | 0.301264 | 0.048306 | 6.236607 | 0.0000 |
| LOGGDP(-3) | 0.243155 | 0.047138 | 5.158354 | 0.0000 |
| LOGGDP(-4) | -0.200605 | 0.101323 | -1.979856 | 0.0530 |
| INVENTADJ(-1) | 0.002609 | 0.000515 | 5.062376 | 0.0000 |
| BOND | -0.002631 | 0.004410 | -0.596527 | 0.5534 |
| TAPC(-1) | 0.000678 | 0.000372 | 1.822968 | 0.0741 |
| R squared | 0.997354 | Mean dependent var | | 15.55022 |
| Adjusted R squared | 0.996896 | S.D. dependent var | | 0.363305 |
| S.E. of regression | 0.020241 | Akaike info criterion | | -4.815490 |
| Sum squared resid | 0.021305 | Schwarz criterion | | -4.472403 |
| Log likelihood | 159.2802 | F statistic | | 2177.720 |
| Durbin Watson stat | 0.427612 | Prob (F statistic) | | 0.000000 |

年第一四半期から96年第二四半期までを用いているが、ラグを4期取っているので、推計は81年第一四半期から96年第二四半期までであることが表6.1において

Sample (adjusted) 1982 : 1 1996 : 2
と表記されている。

LOGGDPは当期から3期ラグまでは正の効果を持つが4期ラグ(前年同期)ではマイナスの効果を持つ。したがってこのケースでは、平均ラグを計算する意味は無い。LOGGDPの短期効果は0.48 (LOGGDPの係数)なのに対して、長期効果は1.06 (LOGGDPからLOGGDP(-4)までの係数和)となる。

AdjR²は0.997と極めて高いが、D.W統計量は

0.427であり、深刻な系列相関(あるいは定式化の誤り)があることを示している⁴⁾。

この分析期間は円高不況、バブル、バブル崩壊後の不況期を含む時期である。このことから構造変化があったことが疑われる。そこで

View/Stability Tests/Recursive Estimates
(OLS only)

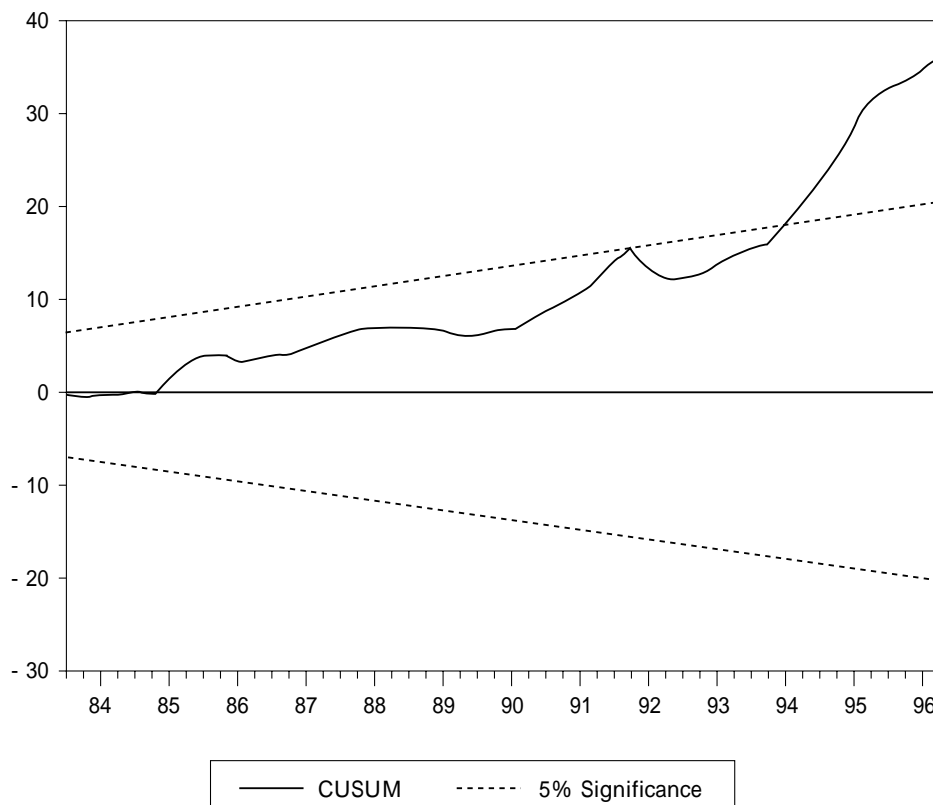
を選び、CUSUMテストを行ってみよう(図6.1参照)。明らかに後半で構造変化が起きているようである。

そこでバブルの崩壊を考えて、サンプルを90年第一四半期で前後に分割してみよう。

11 smpl 80 : 1 90 : 1

12 equation wq6_11. ls logcap c logloan

図6.1 ラグのあるモデルの構造変化



⁴⁾ wq6_1 で $c_3 + c_4 = 0$ の帰無仮説のワルド統計検定量は0.186 (p値=0.668)であり、帰無仮説は棄却されない。他方で LOGGDP_{t-3} と LOGGDP_{t-4} が redundant variables であるという帰無仮説の尤度比検定統計量は25.83 (0.0000)であり、帰無仮説は強く棄却されていることを読者は確かめてほしい。

loggdpc loggdpc(-1) loggdpc(-2)
 loggdpc(-3) loggdpc(-4)
 inventadj(-1) bond tapc(-1)

13 smpl 90:2 96:2

14 equation wq6_12 ls logcap c logloan
 loggdpc loggdpc(-1) loggdpc(-2)
 loggdpc(-3) loggdpc(-4)
 inventadj(-1) bond tapc(-1)

11、13行でサンプル期間を80年第一四半期から90年第一四半期と90年第二四半期から96年第二四半期にそれぞれ変更している。結果は次のようであった。

81:1 90:1期

$$\begin{aligned} \text{LOGCAP}_t = & 6.51 + 0.48\text{LOGLOAN}_t \\ & (23.74) \quad (10.86) \\ & + 0.31\text{LOGGDP}_t + 0.10\text{LOGGDP}_{t-1} \\ & (3.36) \quad (2.89) \\ & + 0.21\text{LOGGDP}_{t-2} + 0.13\text{LOGGDP}_{t-3} \\ & (6.90) \quad (4.50) \\ & - 0.17\text{LOGGDP}_{t-4} \\ & (-2.14) \\ & + 0.002\text{INVENTADJ}_{t-1} \\ & (3.45) \\ & - 0.007\text{BOND}_{t-3} \\ & (-1.87) \\ & - 0.05\text{TAPC}_{t-1} + \hat{u}_t \\ & (-0.12) \end{aligned}$$

AdjR² = 0.998 D.W = 1.191 Breusch - Godfrey
 = 13.655 Whiteテスト = 3.28

90:2 96:2期

$$\begin{aligned} \text{LOGCAP}_t = & 4.9 - 0.01\text{LOGLOAN}_t \\ & (5.37) \quad (-0.26) \\ & + 0.16\text{LOGGDP}_t + 0.36\text{LOGGDP}_{t-1} \\ & (0.86) \quad (6.80) \\ & + 0.43\text{LOGGDP}_{t-2} + 0.38\text{LOGGDP}_{t-3} \\ & (9.42) \quad (8.02) \\ & + 0.28\text{LOGGDP}_{t-4} \\ & (1.51) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + 0.0001\text{INVENTADJ}_{t-1} \\ & (0.22) \\ & - 0.012\text{BOND}_t + 0.002\text{TAPC}_{t-1} \\ & (-1.92) \quad (4.28) \\ & + \hat{u}_t \end{aligned}$$

AdjR² = 0.995 D.W = 0.94 Breusch - Godfrey
 = 15.80710.0 Whiteテスト = 1.13

各変数の有意水準をみると、バブルの崩壊前後でかなり差があることがうかがわれる。モデルの定式化に問題は残るが、構造変化の問題を考えると、余り長いラグを取ることは難しいという一つの例である。

2.2 無限のラグを持つモデル

6.1) 式はラグの長さが有限であった。これに対し無限のラグを持つケースが想定されることがある。

$$y_t = a + b_0x_t + b_1x_{t-1} + \dots + b_kx_{t-k} + \dots + e_t \quad (6.3)$$

e_tは標準的仮定を満たすものとする。

パラメータの数が無限であるから(パラメータ数 > サンプル数) 6.3) 式を直接推計することはできない。しかしより近い期の方が、より遠い期よりも影響力は強い場合が多いであろう。たとえば消費に慣性を認めるとしても、10年前の消費よりも去年の消費の方が今年の消費により影響するであろう。そのとき仮に影響の程度が幾何級数的に減少するラグ (geometric lag) であれば、次のように関係を定式化することができる⁵⁾。

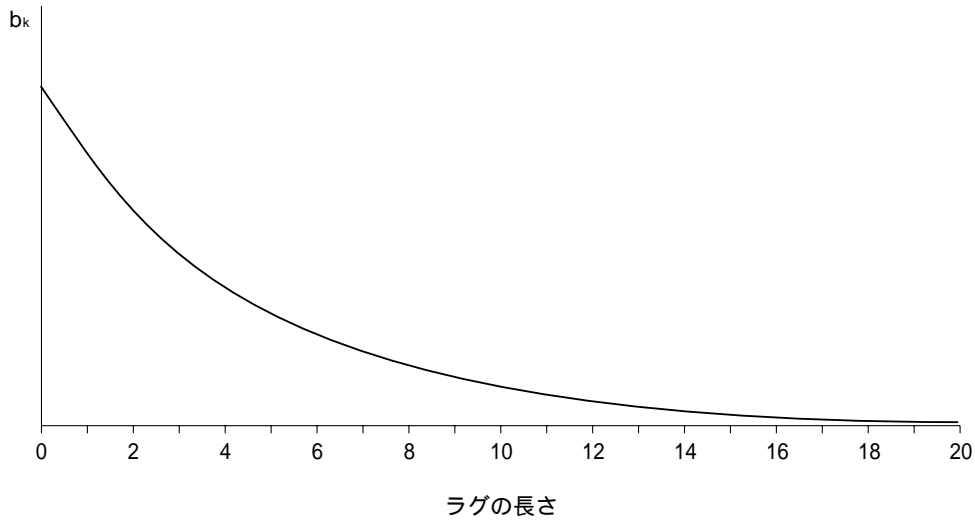
$$b_k = b^k \quad 0 < b < 1 \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (6.4)$$

0 < b < 1を仮定するのは、収束をはかるためである。kが増えるほどb_kの絶対値は小さくなる。また bの値が小さいほど、b_kの減少のテンポは速いであろう⁶⁾。

それを図示したのが図6.2である。

5) 指数的に減少するラグをコイックラグ (Koyck distributed lag) という。

図6.2 幾何級数的ラグ



6.4) 式を6.3) 式に代入すると以下のようである。

$$y_t = a + bx_t + b^{-1}x_{t-1} + \dots + b^{-k}x_{t-k} + \dots + e_t \quad (6.5)$$

y_{t-1} を考えると

$$y_{t-1} = a + b^{-1}x_{t-1} + b^{-2}x_{t-2} + \dots + b^{-k}x_{t-k} + \dots + e_{t-1} \quad (6.6)$$

となる。この6.5) 式と6.6) 式から

$$y_t - y_{t-1} = a - a + bx_t + e_t - e_{t-1}$$

となる。これを書き換え。

$$y_t = (1 - \lambda)a + bx_t + \lambda y_{t-1} + e_t - \lambda e_{t-1} \quad (6.7)$$

ここで

$$a' = (1 - \lambda)a$$

$$u_t = e_t - \lambda e_{t-1}$$

とする。これにより6.7) 式は

$$y_t = a' + bx_t + \lambda y_{t-1} + u_t$$

と変形できる。

これから無限のラグを持つモデルは、ラグつき内生変数を持つモデルとして表すことができることが分かる。ただし誤差項は

$$u_t = e_t - \lambda e_{t-1}$$

である。これは第5章で取り上げたMA(1)モデルであることが理解されよう。つまり元のモデル6.3) 式、6.5) 式の誤差項 e_t は標準的仮定を充たしているが、変換された6.7) 式の誤差項は系列相関を持つことになる。

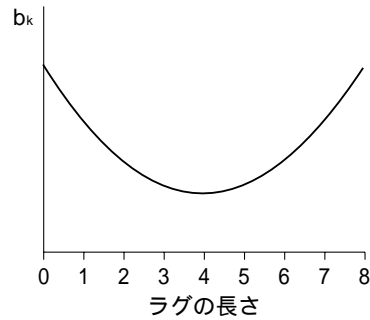
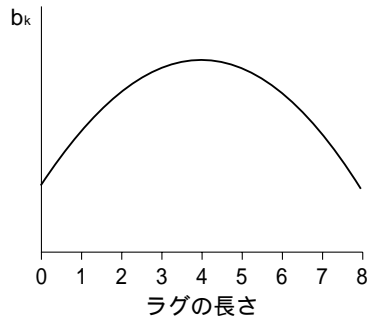
またラグ付き内生変数と誤差項は相関を持つ、さらにそれは確率変数であるから仮定A5を充たしていない。その意味でもOLSで推計すれば、その推定量は不偏性や一致性を充たさない。この問題に対処するには、後述する操作変数法の採用が考えられる。

2.3 多項式ラグモデル (polynomial distributed lag model, Almon lag model)

幾何級数的に減少する無限のラグを持つKoyckラグは、一律に減少するの与え方がad hocである。この制約を緩めると共に6.1) 式の推計するパラメータを減らし、できるだけ多重共線問題を避けようというのが多項式ラグモデルである。また多項式ラグは、幾何級数的ラグに比べて、より柔軟なラグの影響を示すことができる。ラグの影

6) 6.4) 式のように一律に減少するという仮定は、相当ad hocである。これは計算を簡便化するためのもので、理論的根拠があるというわけではない。

図6.3 逆u字(u字)型ラグの例



響は最初は減少しやがて反転することがある(たとえば為替と国際収支の関係)。このような逆U字型やU字型等の効果を現すことができる(図6.3参照)。

このような多項式ラグモデルをAlmon lag modelということがある。具体的には以下のように定式化される。

$$y_t = a + b_0x_t + b_1x_{t-1} + \dots + b_kx_{t-k} + e_t \quad (6.8a)$$

誤差項 e_t は標準的仮定を充たすとする。ここで

$$b_i = r_0 + r_1i + r_2i^2 + \dots + r_pi^p \quad i = 0, 1, \dots, k, \quad (6.8b)$$

多項式ラグモデルでは、ラグの長さ(k)と多項式の次数(p)を指定する。実際に推定する係数の数が $p+2$ (a, r_0, r_1, \dots, r_p)になるので、暗黙に $k-p$ 項の制約をラグに与えることになる。多項式の次数を1個減らすと制約数は1個増える。

例えばラグの長さを4、多項式の次数を3と指定する。なおこれをPDL(4.3)と表記することができる。このPDLモデルによって一つの制約を与えることになる。

たとえば $y_t = a + b_0x_t + b_1x_{t-1} + \dots + b_kx_{t-k} + e_t$ のPDL(4.3)のケースでは

$$\begin{aligned} y_t = & a + r_0x_t + (r_0 + r_1 + r_2 + r_3)x_{t-1} \\ & + (r_0 + 2r_1 + 2^2r_2 + 2^3r_3)x_{t-2} \\ & + (r_0 + 3r_1 + 3^2r_2 + 3^3r_3)x_{t-3} \\ & + (r_0 + 4r_1 + 4^2r_2 + 4^3r_3)x_{t-4} + e_t \end{aligned} \quad (6.8c)$$

となる。これを書き換えると

$$\begin{aligned} y_t = & a + r_0(x_t + x_{t-1} + x_{t-2} + x_{t-3} + x_{t-4}) \\ & + r_1(x_{t-1} + 2x_{t-2} + 3x_{t-3} + 4x_{t-4}) \\ & + r_2(x_{t-1} + 2^2x_{t-2} + 3^2x_{t-3} + 4^2x_{t-4}) \\ & + r_3(x_{t-1} + 2^3x_{t-2} + 3^3x_{t-3} + 4^3x_{t-4}) + e_t \end{aligned}$$

となる。

$$Z_1 = x_t + x_{t-1} + x_{t-2} + x_{t-3} + x_{t-4}$$

$$Z_2 = x_{t-1} + 2x_{t-2} + 3x_{t-3} + 4x_{t-4}$$

$$Z_3 = x_{t-1} + 4x_{t-2} + 9x_{t-3} + 16x_{t-4}$$

$$Z_4 = x_{t-1} + 8x_{t-2} + 27x_{t-3} + 64x_{t-4}$$

と定義すると、これらは全て外から与えられた変数である(すなわち非確率変数である)から、結局

$$y_t = a + r_0Z_1 + r_1Z_2 + r_2Z_3 + r_3Z_4 + e_t \quad (6.9)$$

をOLSで推計すればよいことになる⁷⁾。6.9)式の係数(r_i)のOLS推定量を \hat{r}_i とする。PDL(4.3)の制約を簡単に検定することができる。制約のないモデル(6.8a)式で $k=4$)と制約のあるモデル(6.9)式の残差平方和をそれぞれ ESS_0 と ESS_R とし、第2章で説明したF検定により検定を行うことができる(F検定には2.35)式を利用すれば良い)。

元の係数(b_i)の推定量は $b_i = r_0 + r_1i + r_2i^2 + \dots + r_pi^p$ を利用して求めてやればよい。

b_i の推定量を \hat{b}_i とすると、この例では

$$\hat{b}_0 = \hat{r}_0$$

$$\hat{b}_1 = \hat{r}_0 + \hat{r}_1 + \hat{r}_2 + \hat{r}_3$$

$$\hat{b}_2 = \hat{r}_0 + 2\hat{r}_1 + 4\hat{r}_2 + 8\hat{r}_3$$

$$\hat{b}_3 = \hat{r}_0 + 3\hat{r}_1 + 9\hat{r}_2 + 27\hat{r}_3$$

$$\hat{b}_4 = \hat{a}_0 + 4\hat{a}_1 + 16\hat{a}_2 + 64\hat{a}_3$$

から求めればよい。

推計されたパラメータの分散 ($V(\hat{b}_i)$) は、ある確率変数 w を k 倍したときの分散は

$$V(kw) = k^2 V(w)$$

と、複数の確率変数 (w_1, w_2, \dots, w_n) の和の分散は

$$\begin{aligned} V(w_1 + w_2 + \dots + w_n) = & V(w_1) + V(w_2) + \dots \\ & + V(w_n) + 2 \text{Cov}(w_1, w_2) \\ & + 2 \text{Cov}(w_1, w_3) + \dots \\ & + 2 \text{Cov}(w_1, w_n) \\ & + 2 \text{Cov}(w_2, w_3) + \dots \\ & + 2 \text{Cov}(w_2, w_n) + \dots \\ & + 2 \text{Cov}(w_{n-1}, w_n) \end{aligned}$$

を用いて、求めることができる。

(ラグの長さ、次数の求め方)

ラグの長さや多項式の次数は先験的には明らかではない。その選び方として R^2 や R^2 によることも考えられる。それはまた実際しばしば行われている方法である (これも情報量基準によるモデル選択の一例である)。しかし次数を減らすと制約数が増えるので、 R^2 が減少することが明らかであることに留意する必要がある。

仮にラグの長さが事前に分かっていたら、次数については、十分高い次数からはじめて (ラグの長さを k とすると、 $k-1$ の次数から等) F 検定を行うのが一つの方法である。 F 検定を帰無仮説が棄却されるまで繰り返すことにより次数を選択する。しかし各 F 検定の名目有意水準が 5% とし、実際の有意水準は異なるものである。なぜならば前の検定には、第 2 種の誤りが存在するからである。 i 番目の検定の名目有意水準を r_i とし、

Anderson や Trivedi and Pagan によると j 番目の検定の実際の有意水準は

$$1 - (1 - r_1)(1 - r_2) \dots (1 - r_j)$$

として近似することができる。ここで全ての r_i が 5% であれば、1 番目、2 番目、3 番目と 4 番目の検定の実際の有意水準はそれぞれ 5%、9.75%、14.26%、18.55% となる。

この多項式ラグモデルにおいても、単純なラグのあるモデルと同じように、構造変化の問題や多重共線関係問題には留意する必要がある。

Eviews で多項式ラグモデルの例をみてみよう。女性労働の雇用率 (女性雇用者 / 女性労働力人口の%、FEWORK と表記する) をみてみよう。いささか ad hoc であるが、それが第三次産業活動指数 (SANJI)、鉱工業生産指数 (IIP) と超勤労働時間指数 (CHOKIN) 及び稼働率 (KADOU) により定まると仮定する。分析期間は 90 年 1 月から 96 年 12 月までである。

第三次産業活動指数と鉱工業生産指数の双方についてラグの長さ 12 期、多項式の次数 2 とした (データは読み込んであるものとする)

$$\begin{aligned} \text{FEWORK}_t = & a_0 + b_1^* \text{IIP}_t + b_2^* \text{IIP}_{t-1} + b_3^* \text{IIP}_{t-2} \\ & + b_4^* \text{IIP}_{t-3} + b_5^* \text{IIP}_{t-4} + b_6^* \text{CHOKIN}_{t-1} \\ & + b_7^* \text{CHOKIN}_{t-2} + b_8^* \text{KADOU}_t \\ & + \sum_{k=0}^{12} c_k^* \text{SANJI}_{t-k} + e_t \end{aligned}$$

を推計するコマンドは次の通りである。なお端点制約条件は課していない。

```
equation eqlag. ls fework c iip iip(- 1)
iip(- 2) iip(- 3) iip(- 4) chokin(- 1)
chokin(- 2) kadou pdl(sanji, 12, 2)
```

PDL で多項式ラグモデルであることを指定する。PDL (series 名、 p 、 q) でその変数名とラグ

7) 多項式ラグモデルでは $b_{-1} = 0$ 、あるいは $b_{k+1} = 0$ の端点制約条件 (end point restriction) が課されることがある。前者は影響が当期から始まりそれ以前に影響はない (near end constraint restriction) ことを仮定し、後者はその期で影響は出尽くし、それ以降の期は影響を持たない (far end constraint restriction) ことを仮定するものである。ただこれは推計するパラメータが減少するというメリットがある反面、ラグの範囲外の情報を捨てるという問題がある。

の長さ (p)、多項式の次数 (q) を指定する。

結果は表6.2に掲げるとおりである。なお表中のPDL01、PDL02、PDL03は6.9)式の z_1 、 z_2 、 z_3 に対応する。

また表下欄のCoefficientが6.8a)式の b_0 、 b_1 、...、 b_k に対応する。SANJIの短期効果 (c_0) は -

0.025となる ($i=0$ の係数の値)。

最下欄のSum of Lagsが推計されたラグの効果の合計で、長期効果を示している。このケースでは0.29であるから、第三次産業活動指数の女性雇用労働力利に対する長期効果は約0.3%とかなり高いことがうかがわれる。

表6.2 PDLの推計

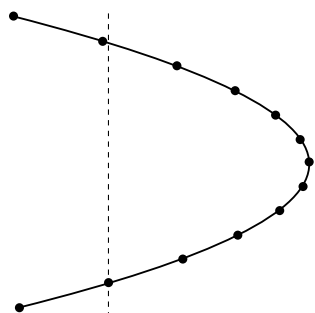
Dependent Variable: FEWORK

Method: Least Squares

Sample (adjusted) 1990 : 01 1996 : 02

Included observations: 74 after adjusting endpoints

| Variable | Coefficient | Std. Error | t - Statistic | Prob. |
|---------------------------|-------------|-----------------------|---------------|-------------|
| C | 51.42405 | 4.005094 | 12.83966 | 0.0000 |
| IIP | 0.045252 | 0.044241 | 1.022861 | 0.3103 |
| IIP (- 1) | 0.013174 | 0.014203 | 0.927597 | 0.3572 |
| IIP (- 2) | -0.004965 | 0.013864 | -0.358120 | 0.7215 |
| IIP (- 3) | -0.004584 | 0.010644 | -0.430645 | 0.6682 |
| IIP (- 4) | -0.028613 | 0.010573 | -2.706364 | 0.0088 |
| CHOKIN (- 1) | -0.015358 | 0.023539 | -0.652437 | 0.5165 |
| CHOKIN (- 2) | -0.051597 | 0.021815 | -2.365200 | 0.0212 |
| KADOU | -0.042774 | 0.049133 | -0.870592 | 0.3873 |
| PDL01 | 0.051381 | 0.007856 | 6.540548 | 0.0000 |
| PDL02 | 0.000198 | 0.002070 | 0.095559 | 0.9242 |
| PDL03 | -0.002087 | 0.000554 | -3.766516 | 0.0004 |
| R squared | 0.970006 | Mean dependent var | 73.90852 | |
| Adjusted R squared | 0.964685 | S.D. dependent var | 1.922869 | |
| S.E. of regression | 0.361352 | Akaike info criterion | 0.949467 | |
| Sum squared resid | 8.095685 | Schwarz criterion | 1.323100 | |
| Log likelihood | -23.13029 | F statistic | 182.2814 | |
| Durbin Watson stat | 0.826538 | Prob (F statistic) | 0.000000 | |
| Lag Distribution of SANJI | i | Coefficient | Std. Error | T Statistic |
| | 0 | -0.02493 | 0.01943 | -1.28321 |
| | 1 | -0.00178 | 0.01330 | -0.13359 |
| | 2 | 0.01720 | 0.00872 | 1.97161 |
| | 3 | 0.03201 | 0.00626 | 5.11165 |
| | 4 | 0.04264 | 0.00612 | 6.96673 |
| | 5 | 0.04910 | 0.00704 | 6.97145 |
| | 6 | 0.05138 | 0.00786 | 6.54055 |
| | 7 | 0.04949 | 0.00820 | 6.03464 |
| | 8 | 0.04343 | 0.00819 | 5.30317 |
| | 9 | 0.03319 | 0.00833 | 3.98701 |
| | 10 | 0.01878 | 0.00946 | 1.98489 |
| | 11 | 0.00020 | 0.01228 | 0.01640 |
| | 12 | -0.02255 | 0.01683 | -1.34050 |
| | Sum of Lags | 0.28816 | 0.04433 | 6.50058 |



なお制約を与えていないモデル（すなわちPDL(12,12)のモデル)のR²は0.9756である。制約数が10(12-2)なのでF統計値は1.20となる。すなわち、帰無仮説(PDL(12,2)モデル)を採択する。

なお端点制約を加える場合には、PDL(series名、p、q、1)とすればb₋₁=0の制約、2とすればb_{p+1}=0の制約、3とすればb_{-1}=0かつb_{p+1}=0の制約となる。}}

3 部分調整モデル

ラグを持つモデルで、よく使われるものに部分調整モデル(partial adjustment model)がある。これは動学モデルの単純な例である。

在庫調整や雇用量の調整を考える。企業にとり各期毎に最適な在庫量を達成することは、販売店との関係や保管施設の関係で必ずしも可能でない場合がある。雇用量の調整も解雇のコストや新規採用の準備を考えれば瞬時には行えないであろう。あるいは銀行貸し出しも每期完全に調整が行われるよりは、貸出契約の長期性を考えれば、漸次調整が進む場合もあるであろう。このように現実の動きは、最適な水準への調整だと考えられるケースがある。

そこでt期における最適な水準をy*_tとしよう。y_tがt期に実際に達成された水準であるとする。以下のような関係を想定する。

$$y_t - y_{t-1} = (y^*_t - y_{t-1}) \quad 0 < \alpha < 1 \quad (6.10)$$

ここでαは調整速度(adjustment speed)で、割合だけ最適レベルへの調整が行われることを示している⁸⁾。最適水準が

$$y^*_t = a + bx_t + e_t \quad (6.11)$$

で与えられるものとしよう。なお誤差項e_tは標準的仮定を充たすものとする。

6.11)式自体は最適水準のy*_tが観察不能であるから、直接推計することはできない。しかし6.11)式を6.10)式に代入すると

$$\begin{aligned} y_t - y_{t-1} &= (y^*_t - y_{t-1}) = (a + bx_t + e_t - y_{t-1}) \\ &= a + bx_t - y_{t-1} + e_t \end{aligned}$$

となる。これをy_tについて整理すると

$$\begin{aligned} y_t &= a + bx_t + (1 - \alpha)y_{t-1} + e_t \\ &= a + b_1 x_t + b_2 y_{t-1} + e_t \end{aligned} \quad (6.12)$$

$$a = a, b_1 = b, b_2 = 1 - \alpha, e_t = e_t$$

となる。

この部分調整モデルはラグ付き内生変数を含む。しかし無限のラグを持つモデルを変形した6.7)式とは異なり、その誤差項はe_{t-1}の項を含まないし、またy_{t-1}とも相関しない。そのためOLSで一致推定量を得ることができる。

このとき、短期の効果はb₁、長期の効果はb₁/(1-b₂)によって与えられる。

この部分調整モデルをEviewsでみてみよう。

前に民間分門の資本形成分析で利用したデータをここでも利用する。銀行の貸出残高の対数(LOGLOAN)が前期の貸出残高の対数と、国債利率(BOND)、コールレート(CALL2、約定貸出金利を用いることが妥当であるが、便宜コールレートを用いる)、生産営業水準(TAPC)と季節調整済み操業水準(OPEADJ)に依存するとしよう。

$$\begin{aligned} \text{LOGLOAN}_t &= a_0 + a_1^* \text{BOND}_t + a_2^* \text{CALL2}_t \\ &\quad + b_1^* \text{LOGLOAN}_{t-1} + c_1^* \text{TAPC}_t \\ &\quad + c_2^* \text{OPEADJ}_t + u_t \end{aligned}$$

を推計するコマンドは次の通りである。なおここでの推計期間は85年第三四半期から96年第二四半期までである(データは読み込んであるものとする)。

equation eq 6 lag. ls logloan c bond call 2

⁸⁾ α = 1であればy_t = y*_tなので直ちに完全に調整が行われるし、α = 0であればy_t = y_{t-1}なので調整は全く進まないことになる。

logloan(- 1) tapc opeadj

結果は表6.3に示すとおりである。ラグ付き内生変数を含むので、D.W統計量に意味はない(第5章参照)。そこでBreush GodfreyのLMテストを行ってみよう。

View/Residual Tests/Serial Correlation LM Test

を選び、四半期データであるからラグを4期とする。そのLM検定量は1.67 (p値=0.796)であった。系列相関の問題はないようである。logloan(- 1)の係数の値から調整速度は $0.18(=1 - 0.816)$ であり、貸出市場の調整は緩やかであることがうかがわれる。各変数の長期効果を読者は計算されるとよい(パラメータ $(1 - 0.816)$ で計算される)。

部分調整型モデルのポイントはラグ付き内生変数と誤差項に相関がないということである。上記のLM検定より系列相関はないので、この条件が満たされている。OLS推定は一致性を持つことは前述の通りである。

4 期待のモデル

我々は様々な期待を形成し、その期待に基づいて行動する。期待形成の代表的なものとして、適応的期待形成モデル(adaptive expectations model)と合理的期待形成モデル(rational expectations model)とが上げられる。この期待の形成は計量の観点からは、ラグのあるモデルと密接な関係に立つ。

4.1 適応的期待形成

我々の消費は期待所得に依存することがある。住宅投資も期待貸出金利によって変動することがある。次のようなモデルを考える。

$$y_t = a + bx_t^* + e_t \quad (6.13)$$

x_t^* は、現実に観察される x_t の期待値(予想)である⁹⁾。期待所得や期待貸出金利に該当するものである。それを直接観察することはできない。このとき適応的期待は次のような形成されると仮定する。

$$x_t^* - x_{t-1}^* = (x_t - x_{t-1}^*) \quad 0 < \alpha < 1 \quad (6.14)$$

表6.3 部分調整モデルの推計

Dependent Variable: LOGLOAN
Method: Least Squares
Sample (adjusted) 1985 : 3 1996 : 2
Included observations: 44 after adjusting endpoints

| Variable | Coefficient | Std. Error | t Statistic | Prob. |
|--------------------|-------------|-----------------------|-------------|-----------|
| C | 2.749357 | 0.760621 | 3.614622 | 0.0009 |
| BOND | 0.031110 | 0.014238 | 2.185046 | 0.0351 |
| CALL 1 | -0.014594 | 0.007789 | -1.873513 | 0.0687 |
| LOGLOAN (- 1) | 0.815592 | 0.049448 | 16.49405 | 0.0000 |
| TAPC | -0.003708 | 0.001332 | -2.783769 | 0.0083 |
| OPEADJ | -0.009366 | 0.002822 | -3.319189 | 0.0020 |
| R squared | 0.990166 | Mean dependent var | | 10.49036 |
| Adjusted R squared | 0.988872 | S.D. dependent var | | 0.244727 |
| S.E. of regression | 0.025816 | Akaike info criterion | | -4.349523 |
| Sum squared resid | 0.025326 | Schwarz criterion | | -4.106225 |
| Log likelihood | 101.6895 | F statistic | | 765.2296 |
| Durbin Watson stat | 2.275092 | Prob (F statistic) | | 0.000000 |

今期の期待 x_t^* は実際の x_t と前期の期待 x_{t-1}^* に基づいて形成されると考えるのである。そうしてその期待は各期毎に、当期の x_t と過去の期待を利用して修正が繰り返されると考える。

6.14) 式を書き換えると

$$x_t^* = x_t + (1 - \alpha) x_{t-1}^* \quad (6.15)$$

となる。当期の期待は、当期の実際の値と前期の期待のウエイトで表されることが6.15)式から分かる。6.15)式は第5章で説明したAR(1)モデルのようである。 $\alpha = 1$ であれば $x_t^* = x_t$ であり完全に調整が行われ、 $\alpha = 0$ であれば $x_t^* = x_{t-1}^*$ であるから全く調整は行われないうことになる。ここでは $0 < \alpha < 1$ を仮定する。

6.15) 式を $t-1$ 期や $t-2$ 期について書くと

$$(1 - \alpha) x_{t-1}^* = (1 - \alpha) x_{t-1} + (1 - \alpha) x_{t-2}^*$$

$$(1 - \alpha) x_{t-2}^* = (1 - \alpha) x_{t-2} + (1 - \alpha) x_{t-3}^*$$

となる。これを各期繰り返しまとめると

$$\begin{aligned} x_t^* &= \{ x_t + (1 - \alpha) x_{t-1} + (1 - \alpha)^2 x_{t-2} \\ &\quad + (1 - \alpha)^3 x_{t-3} + \dots \} \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} (1 - \alpha)^k x_{t-k} \end{aligned} \quad (6.16)$$

となる。そうすると6.16)式は無限のラグを持つモデルとして現されることが分かる。この6.16)式を6.13)式に代入すると

$$y_t = a + b \sum_{k=0}^{\infty} (1 - \alpha)^k x_{t-k} + e_t \quad (6.17)$$

となる。これは6.7)式の展開から明らかのように

$$y_t = a + b x_t + c y_{t-1} + u_t \quad (6.18)$$

$$a = a, \quad b = b, \quad c = (1 - \alpha),$$

$$u_t = e_t - (1 - \alpha) e_{t-1}$$

と書き替えることができる。6.18)式の被説明変数と説明変数は全て観察可能であるから、これを推計することはできる。

ただし誤差項は $u_t = e_t - (1 - \alpha) e_{t-1}$ であり、MA

(1)である。また y_{t-1} は e_{t-1} を含むので誤差項 u_t と相関する。したがってOLSで推計すると一致性も不偏性もないことになる。

6.18)式は部分調整モデルの6.12)式と当期の説明変数 x_t とラグ付き内生変数 y_{t-1} を含むので一見同じ表現であるが、誤差項の仮定に決定的な違いがある(部分調整モデルではラグ付き内生変数と誤差項に相関はない)ことに留意する必要がある。したがってモデルの定式化において、それが部分調整モデルに基づくものなのか、適応的期待形成によるものなのかを常に明らかにしておく必要がある。

4.2 合理的期待形成モデル

金融引き締めから金融緩和、あるいは減税から増税へと政策が転換されると、人々の期待形成も変わるであろう⁹⁾。適応的期待形成では当期の期待形成は前期の変数と一定の関係を持つので、このような変化を取り込むことはできない。

またある変数(たとえばGDPや消費者物価、あるいは衰退産業の出荷額)が上昇(下降)傾向を持つことも多いであろう。そのとき人々はその上昇(下降)傾向を考えて期待を形成するであろう。そうでなければ人々はシステムティックに予想を間違えることになるからである。

このような問題を取り上げたものが、合理的期待形成モデルである。合理的期待形成モデルのエッセンスは、家計や企業などの経済主体は経済構造(モデル)を知悉しており、その期待形成の段階で利用可能なあらゆる情報を用いるということにある。以下のような例を考える。ある変数 x が具体的には次のように定まると企業や家計が考えているとする。

⁹⁾ 数学的期待値ではないことに留意してほしい。

¹⁰⁾ 政策レージムが変更すれば、人々もそれに応じて期待を修正し行動を変えるはずである。それを考慮しないのは経済主体が事情変更を考慮しないということになる。その点で不合理な選択となる。これはLucas批判として知られる問題である。

$$x_t = b_0 + b_1 x_{t-1} + b_2 z_{t-1} + e_t \quad (6.19)$$

ここでzはxに影響する変数である。e_tは誤差項である。

E(e_t) = 0である。そうでなければ期待の形成は間違ってしまうことになる。

6.19) 式の期待値をとると

$$E_{t-1}(x_t) = b_0 + b_1 x_{t-1} + b_2 z_{t-1} \quad (6.20)$$

となる。E_{t-1}(x_t)はt-1期の段階で形成されるx_tの期待値である。t-1期の段階であるから、人々はt期の情報(つまりx_tやz_t)を利用することはできず、利用できるのはt-1期の情報であるx_{t-1}とz_{t-1}である。6.19)式と6.20)式から

$$x_t - E_{t-1}(x_t) = e_t \quad (6.21)$$

を得ることができる。ここでE(e_t) = 0であるから、6.21)式は予測誤差がゼロであることを意味することになる。

またe_tはx_{t-1}やz_{t-1}とは相関を持たない。仮にe_tとx_{t-1}やz_{t-1}が相関を持てば、企業や家計などの経済主体は、利用可能な全ての情報を利用していないことになるからである¹¹⁾。

また実際のx_tとその期待値をx^{*}_tとすると、

$$x_t = x_t^* + u_t$$

から、仮定によりCov(x^{*}_t, u_t) = 0を用いるとV(x_t) = V(x^{*}_t) + V(u_t)であるので、

$$V(x_t) = V(x_t^*) + V(u_t)$$

となる。また

x_t = x^{*}_t + u_tからx^{*}_t = x_t - u_tとなる。これを6.13)式に代入すると

$$y_t = a + b(x_t - u_t) + e_t = a + bx_t + (e_t - bu_t) \quad (6.22)$$

となる。Cov(x_t, u_t) = Cov(x^{*}_t + u_t, u_t) = Cov(x^{*}_t, u_t) + V(u_t) = 0より誤差項と説明変数は相関を持つのでOLSで推計することはできない。

言い換えれば合理的期待形成モデルでは現実の値x_tを用いて推計すると、その推定量は一致性も不偏性も持たないことになる。

6.22) 式の一致推定量を得るためにOLS以外の推定量を利用する必要がある。推定方法としては操作変数法や二段階最小自乗法によることになる。

5 操作変数法

5.1 どういうときに用いるか

y_t = a + bx_t + e_tのOLSに関し以下の標準的な仮定をおいてきた。

A.1 誤差項の期待値はゼロである。

$$E(e_t) = 0 \quad \text{for all } t$$

A.2 誤差項の分散は一定である。

$$V(e_t) = \sigma^2 \quad \text{for all } t$$

A.3 誤差項に系列相関はない。

$$\text{Cov}(e_t, e_s) = E(e_t e_s) = 0 \quad \text{for all } t \neq s$$

A.4 誤差項は正規分布に従う。

A.5 説明変数はある一定の値をとる非確率変数である。

A.5は言い換えれば、説明変数は誤差項と相関をしないということである。しかし、幾何級数的なラグのあるモデルや期待形成のモデルでは仮定A.5を充たさず、そのために説明変数と誤差項が相関を持つ

$$\text{Cov}(x_t, e_t) = \sigma_{xe} \neq 0$$

こととなったことは説明してきたとおりである。

このようなケースの他に、被説明変数あるいは説明変数が観測上の誤差(measurement errors, errors of measurement)を持つために、それらが誤差項と相関を持つ場合がある。たとえば我々は毎月の消費や所得は観察できるが、恒常消費や恒常所得は知ることができない。そうするとそれ

¹¹⁾ 利用可能な情報の集合に基づく期待を、この場合x^{*}_t = E(x_t | I_{t-1})と書くことがある。合理的期待形成で経済構造を知悉するとは、含まれるべきI_{t-1}の変数のみならず、そのパラメータも経済主体は知っており、従ってその数学的期待値も知っていることを意味している。

は観察されない恒常消費や恒常所得を y^*_t 、 x^*_t とすると、恒常所得仮説に基づく消費関数は

$$y^*_t = a + bx^*_t + e_t$$

となる。観察される毎月の所得、消費を y_t 、 x_t とすると

$$y_t = y^*_t + v_t$$

$$x_t = x^*_t + w_t$$

となる。 v_t と w_t が観察される消費（所得）と恒常消費（恒常所得）との誤差である。なお v_t と w_t は標準的仮定を充たすものとする。そうすると上記の消費関数は

$$y_t - v_t = a + b(x_t - w_t) + e_t$$

となる。なお e_t は標準的仮定を充たすものとする。

v_t 、 w_t 、 e_t は互いに独立とする。

上式を書き直すと

$$y_t = a + bx_t + v_t - bw_t + e_t \quad (6.23)$$

となる。6.23)式の誤差項は $v_t - bw_t + e_t$ である。

$v_t = 0$ かつ $w_t = 0$ （すなわち被説明変数に観測上の誤差はあるが、説明変数に観測上の誤差はないケース）であれば、誤差項は $e_t - v_t$ となるので、説明変数とは相関しないのでOLSの推定に一致性の問題はない。

ただし、分散は

$$V(e_t + v_t) = V(e_t) + V(v_t) = \sigma_e^2 + \sigma_v^2$$

となるので、 y^*_t を利用するケースと比較すると6.23)をOLSで推定すれば有効性は損なわれる。

これに対し、 $w_t = 0$ かつ $v_t = 0$ （被説明変数に観測上の誤差はないが、説明変数に観測上の誤差がある場合）は誤差項と説明変数に相関が生じる¹²⁾。

$\text{Cov}(x_t, -bw_t + e_t) = -bV(e_t) = -b\sigma_e^2$ (6.24) となり、推計にバイアスがかかることになる。6.23)式のOLS推定量も一致性を持たない。したがってOLSを用いることができなくなる。

このような問題に対応する一つの方法が操作変数法（instrumental variables method, ）であ

る。

5.2 法による推定

法では次のような条件を満たす操作変数（instrumental variables）を考える。

- ① 誤差項とは相関しない。
- ② 説明変数とは相関する。
- ③ 複数の操作変数を利用する場合、それらは完全な線形従属関係ではない。これを考えてみる。

操作変数を z_t とする。モデルが以下のようであったとする（簡単化のために説明変数は1個とする）。

$$y_t = a + bx_t + u_t \quad (6.25)$$

$$\text{Cov}(x_t, u_t) = \rho_{xu} = 0$$

説明変数と誤差項は相関を持つと仮定する。操作変数 z_t が u_t と相関を持たない等の条件は、サンプル数が十分大きくなる確率極限の意味において以下のように定義される。

$$\text{plim} \frac{(z_t - \bar{z})(u_t - \bar{u})}{n} = \text{Cov}(z_t, u_t) = \rho_{zu} = 0 \quad (6.26)$$

$$\text{plim} \frac{(z_t - \bar{z})(x_t - \bar{x})}{n} = \text{Cov}(z_t, x_t) = \rho_{zx} = 0 \quad (6.27)$$

$$\text{plim} \frac{(z_t - \bar{z})(z_t - \bar{z})}{n} = \text{Cov}(z_t, z_t) = \rho_{zz} > 0 \quad (6.28)$$

OLSの正規方程式は

$$n\hat{a} + \hat{b}x_t = y_t$$

$$\hat{a}x_t + \hat{b}x_t^2 = x_t y_t$$

で与えられた（第1章参照）。この正規方程式の第2式において、 x_t に替えて z_t を乗じると

$$az_t + bz_t x_t = z_t y_t$$

を得る。これを利用すると b と a の推定量（ b と a ）は

$$b = \frac{(z_t - \bar{z})(y_t - \bar{y})}{(z_t - \bar{z})(x_t - \bar{x})} \quad (6.29)$$

$a = y - b x$ 6 30)
となる。

6 29) 式は

$$b = \frac{(z_t - z)(y_t - \bar{y})}{(z_t - z)(x_t - \bar{x})}$$

$$= \frac{(z_t - z)\{b(x_t - \bar{x}) + (u_t - u)\}}{(z_t - z)(x_t - \bar{x})}$$

$$= b + \frac{(z_t - z)(u_t - u)}{(z_t - z)(x_t - \bar{x})}$$

$$\text{plim } b = \frac{\text{plim } (z_t - z)(u_t - u)/n}{\text{plim } (z_t - z)(x_t - \bar{x})/n}$$

$$= b + \frac{zu}{zx} = b \quad 6 31)$$

となり、による推定量は一致推定量であることが分かる。同様に

$$\text{plim } a = a \quad 6 32)$$

となり、aも一致推定量である。ただし期待値についてみると

$$E(b) = b + E\left\{ \frac{(z_t - z)(u_t - u)}{(z_t - z)(x_t - \bar{x})} \right\} \quad 6 33)$$

であるから、6 32) 式の右辺第2項が0とならない限り、bは不偏推定量とはならない。

5.3 操作変数の選択

説明変数とは相関を持つが、元の式の誤差項とは相関しない変数をどうやって選ぶかが、操作変数法の課題となる。もちろんそのような変数は複数あり得る。いかなるモデルであれ理論的に具体的な操作変数が事前に定まっていることはないであろう。推定量の分散はより小さい方が望ましい。

bの分散 s_b^2 は

$$s_b^2 = \frac{\hat{\sigma}^2 (z_t - z)(z_t - z)}{(z_t - z)(x_t - \bar{x})^2} \quad 6 34)$$

$$\text{ここで } \hat{\sigma}^2 = \frac{(y_t - a - bx_t)^2}{n - 2}$$

で与えられる。分散をより小さいくするためには、6 34) 式から操作変数は元の説明変数 x_t と相関のより高いものが望ましい。したがって時系列データの場合誤差項に系列相関がない場合は x_t のラグ変数が選ばれることが多い。

ただ6 31) 6 34) 式から明らかなように、操作変数の選択により推計値やその分散は異なってくる。この点で操作変数法による場合は、推計結果の安定性には留意する必要がある。

操作変数の数については、モデルの説明変数の数が k 個、そのうち g 個が誤差項と相関を持っていれば($g < k$) g 個選択する。

5.4 Eviewsによる推計例

賃金と失業率の関係では、フィリップス曲線(Phillips Curve)がよく知られている。これをEviewsでみてみよう。賃金上昇率を賃金指数(現金給与総額)の対前年同月変化率(% , wagehenと表記)で捉えてみる。これに失業率(%)の逆数(invun)と期待インフレ率の代理変数として消費者物価の上昇率(infra)を用いる。これにトレンドを加えて回帰してみる。

- 1 workfile a: phi. txt m 78 : 01 96 : 05
- 2 read a: unemp. txt month nonagri unemp
cpi wpi
'失業率の逆数を作る
- 3 series invun = 1 / unemp
'名目賃金の対前年同期比%を作る
- 4 series wagehen = ((wage - wage(- 12)) /
wage(- 12)) * 100
'消費者物価の対前年同期比%を作る
- 5 series infra = ((cpi - cp(- 12))

12) これは合理的期待形成モデル(6 22) 式)の問題と全く同一である。

/cpi(-12))*100
 非農業部門雇用者の対数値を作る

6 series lnonag = log (nonagri)
 80年1月をゼロとするタイムトレンドを作る

7 series trend = @trend (80 : 01)

8 smpl 80 : 01 96 : 02
 操作変数法の推計, 操作変数は定数項,
 失業率の逆数の1期, 2期ラグ, インフレ率
 の1期, 2期ラグ
 非農業部門雇用者対数値の1期, 2期ラグと
 する。

9 equation kitail. tsls wagehen c invun infra
 (1) @ c invun(-1) invun(-2)
 infra(-1) infra(-2) lnonag(-1)
 lnonag(-2)
 操作変数法の推計, 操作変数は定数項,
 失業率の逆数の1~3期ラグ, インフレ率
 の1~3期ラグ
 非農業部門雇用者対数値の1~3期ラグと
 する。

10 equation kitail. tsls wagehen c invun infra
 (1) @c invun(-1) invun(-2)
 invun(-3) infra(-1) infra(-2)
 infra(-3) lnonag(-1) lnonag(-2)
 lnonag(-3)

変数の作り方で, 賃金と消費者物価については
 対前年同期との差をとり, それを対前年同期の値
 で除して変化率を作っている。
 Eviewsでは@trend(n)とすることで, n期をゼ
 ロとし, その後各期毎に1増加するタイムトレ
 ンドを作成することができる。
 kitail. tslsが操作変数法と二段階最小二乗法
 (2SLS)を実行するコマンドである。方程式の

名前をここではkitailとしている。@が以下用い
 る操作変数を指定するコマンドである。ここでは
 @c invun(-1) invun(-2) infra(-1)
 infra(-2) lnonag(-1) lnonag(-2)として
 指定している。

すなわち 法は以下のように行われる。

equation方程式の名前tsls 被説明変数 定数
 項 説明変数 @操作変数

なお, 操作変数には定数項が自動的に含まれる。
 またメニュー形式では

Quick/Estimation Equation

を選び, 次にMethodからTSLSを指定する。

そうすると

Dependent variable followed by regressors...

Instrument list

という2つのダイアログがでてくる。それぞ
 れの欄に推計式と操作変数を指定する事でも実行で
 きる¹³⁾。

結果は表6-4と6-5に示すとおりである。表の
 上欄に操作変数のリスト(Instrument list)が示
 されている。なお表にあるt値, p値等の統計量は
 漸近的な値であることに留意する必要がある。ま
 たOLSと異なり, 対数尤度やAIC, SICはEviews
 では報告されない。

ここでは失業率の逆数は, 符号は正であるが統
 計的に有意な結果は得られていない。インフレ率
 の値は約0.41から0.42とかなり低いものとなっ
 ている。タイムトレンドはマイナスであり, 長期的
 な賃金の上昇率の低下傾向をうかがわせるもの
 となっている。

なおこのケースでは, 操作変数の選択で結果は
 大きく変わっていないが, これは一般的には必ず
 しも当てはまらないことに留意する必要があるこ
 とは前述の通りである。

¹³⁾ 法にも, OLSの場合と同様に, 様々なオプションがある。これについては2SLSの説明の際併せて行う。

表6 4 操作変数法の推計(1)

Dependent Variable: WAGEHEN

Method: Two Stage Least Squares

Sample (adjusted) 1980 : 01 1996 : 01

Included observations: 193 after adjusting endpoints

Instrument list: C INVUN (- 1) INVUN (- 2) INFRA (- 1) INFRA (- 2) LNONAG (- 1) LNONAG (- 2) TREND

| Variable | Coefficient | Std. Error | t - Statistic | Prob. |
|----------------------|-------------|--------------------|---------------|----------|
| C | 2.432695 | 1.206889 | 2.015674 | 0.0453 |
| INVUN | 1.111015 | 3.649974 | 0.304390 | 0.7612 |
| INFRA (1) | 0.474766 | 0.127454 | 3.725004 | 0.0003 |
| TREND | -0.006492 | 0.002769 | -2.344959 | 0.0201 |
| R squared | 0.378261 | Mean dependent var | | 3.286525 |
| Adjusted R squared | 0.368392 | S.D. dependent var | | 1.902095 |
| S.E. of regression | 1.511666 | Sum squared resid | | 431.8906 |
| F statistic | 40.47551 | Durbin Watson stat | | 1.923019 |
| Prob (F statistic) | 0.000000 | | | |

表6 5 操作変数法の推計(2)

Dependent Variable: WAGEHEN

Method: Two Stage Least Squares

Sample (adjusted) 1980 : 01 1996 : 01

Included observations: 193 after adjusting endpoints

Instrument list: C INVUN (- 1) INVUN (- 2) INVUN (- 3) INFRA (- 1) INFRA (- 2) INFRA (- 3) LNONAG (- 1) LNONAG (- 2) LNONAG (- 3)

| Variable | Coefficient | Std. Error | t - Statistic | Prob. |
|----------------------|-------------|--------------------|---------------|----------|
| C | 2.063691 | 1.196930 | 1.724154 | 0.0863 |
| INVUN | 2.706669 | 3.636868 | 0.744231 | 0.4577 |
| INFRA (1) | 0.410492 | 0.128092 | 3.204669 | 0.0016 |
| TREND | -0.007986 | 0.002795 | -2.857172 | 0.0048 |
| R squared | 0.384122 | Mean dependent var | | 3.286525 |
| Adjusted R squared | 0.374346 | S.D. dependent var | | 1.902095 |
| S.E. of regression | 1.504525 | Sum squared resid | | 427.8193 |
| F statistic | 41.63304 | Durbin Watson stat | | 1.928113 |
| Prob (F statistic) | 0.000000 | | | |