視　点

シミュレーション

横浜国立大学大学院国際社会科学研究科教授　　鳥居　昭夫

1　シミュレーションの有用性

前回の稿の最後に、カウフマン博士のモジュール化の機能に対する見解を紹介した。カウフマン博士の分析は、強いて分類するとすれば多分理論生物学に分類されると思うが、シミュレーションによる分析が多い。理論生物学に限らず自然科学では、シミュレーションという分析技法は一般的な技法となっている。同時に、基盤となる数値解析の技術も非常に発達している。

それと比較して一般に、経済学者はこれまでシミュレーションという分析方法に冷淡であったと思う。それは、主に経済学が比較静学分析に頼ってきたことと無関係ではない。比較静学分析とは、ある経済現象が定常的に落ち着く条件（ある点が均衡解であるための必要条件）を示し、今ある状態がその条件を満たすとすれば（経済が均衡にあるとすれば)、様々な経済環境を示すパラメータが変化した時、（均衡の）状態がどのように変化するかを予測する分析である。

比較静学分析は、均衡解がいろいろなパラメータの関数として、多項式や三角関数が組みあわさってこれこれこういった形になると、明示的に解けていなくとも可能な分析である。均衡解の満たすべき条件式が、外生的パラメータの変化によってどのように変化するかを考察することによって、均衡解がどのように影響を受けるかを示すことができる。多くの場合、複雑な均衡解のふるまいを、均衡解を直接解くこと無しに、いかに巧妙に説明できるかが経済学者の解析の実力を示す機会となっている。そのような中で、シミュレーションは、比較静学分析によって解の性質をはっきり示せない時に、パラメータに数値例を代入してみて均衡の動きを予測することによって、比較静学分析の代わりに解の性質を議論する手立てとなることが多かった。このような傾向のため、経済分析の中では、シミュレーションには安易な分析というイメージがつきまとったのではないかと思う。一般に、理論は単純で「美しい」ほどより高く評価される傾向があるのに対して、シミュレーションは「力づく」の結論と位置づけられていたのではないか。

筆者もこれまで、どちらかというとシミュレーションは、他の方法で分析することが困難であるため、とりあえず結論に近いものを求める時に使う場合に頼る術とすることがあった。また、なんらかの命題を証明する時に、その証明の方向を模索するために使っていた。たとえば、ある式の値が正であるか負であるかを証明する時に、最初からどちらの符号であるかがはっきりと分かっていた方が、正負どちらとなるかが分からずに分析するよりも、はるかに容易に証明できる。このように、どちらかというと、あくまで補助的な技術としてシミュレーションを用いていた。

しかし、ある時から反省し、シミュレーションという技法をもっと積極的に使うべきだと思うようになった。こう思うようになったのは、レーダーの開発とこうもりの飛行の関係についての解説を受けたことからである。自らの恥をさらすようだが、それまでは、漠然と、こうもりが飛行する時に超音波を用いることは広く知られていて、その原理を応用してレーダーが開発されたと無知にも思い込んでいた。しかし、事実は逆で、まずレーダーが軍事技術として開発され、その後、こうもりの飛行が超音波をレーダーの様に用いた運動として理解されるようになったということである。すなわち、こうもりの行動が理解されるためには、レーダーというシミュレーション＝モデルの開発を待たなければならなかったそうである。この解説は、筆者にはまことに「目から鱗」であった。なんらかの既存の理論では説明できない事象があったとき、シミュレーションは背後にあるメカニズムを理解するための強力な手段となる可能性があるのではないだろうかと思うようになった。特に、人工知能などの研究においてシミュレーションは無くてはならない道具のようである。

そこで考えてみれば、経済学の分析は多かれ少なかれ、すべてシミュレーションと言えないことは無いのではないだろうか。とりあえずほとんど全ての経済分析はモデル化を必要とする。企業や消費者などの経済学が対象とする主体は一般に多数存在し、しかも「複雑」である。この場合複雑であるというのは、単に経済主体としてみても行動を記述すべき変数が多くなり、多次元にわたる分析を必要ということを意味している。通常の分析では、たとえば代表的企業や代表的消費者という方法を用いたり、分析の対象を対称的均衡に限定したりして、多くの主体を集計された一つの主体として扱う。また、「他の条件が一定であると仮定して」という形で、多くの変数を無視して、いくつかの変数だけを対象として分析する。そうでなければ、通常の経済分析は不可能となるからである。マクロ経済分析の場合には、典型的にこれらのモデル化を必要とする。ミクロ経済分析の場合にも、モデル化をせずに分析することはすこぶる難しい。

したがって、多くの経済分析は程度の差こそあれ、現実の複雑な経済現象を、モデル化を伴って単純な形でシミュレートしたものと考えることができる。そうであれば、特に自然科学の分野で発達したシミュレーションの技法を用いて、より的確なシミュレーションを行うことによって、分析の質は向上するのではないか。

たとえば、なんらかの現象が偏微分方程式で示されたとする。一定の境界条件や初期条件の下で、偏微分方程式は必ずしも陽表的に解けるとは限らない。自然科学の分野ではこのような、メカニズムは分かっているが陽表的には解けない事象は非常に多くあるので、偏微分方程式で示された事象を差分式で数値的にシミュレートする技術が発達している。たとえば、微分を単純に２点の値の差で近似してしまうと、誤差が累積してしまい解が得られないことが多い。このような場合でも、誤差を少なくし、真の解に近い解を得るための技術が考案されている。精度の高い解が得られることが分かれば、任意の関数形の初期条件や境界条件の下で、解がどのように与えられるかを探る分析も意味を持つようになる。結果をディスプレイ上にアニメーションで表わし観察することも容易である。

また、他のシミュレーションの効用として、次のような例も考えられよう。たとえば、ある環境パラメータの変化が均衡に与える影響が、２つの経路で可能であったとする。この影響が互いに逆方向であった場合、標準的な経済学の文献での記

述の仕方は、ある経路の影響が他の経路の影響よりも大きい場合こうなる、逆にその影響が小さい場合には逆の結果となる、と説明するだろう。多くの場合には、均衡に与える影響については定性的な議論しか行わないので、どちらが大きいとア・プリオリに断定することは難しい。しかし、現実的な環境パラメータの大きさの範囲で、それぞれの効果の大きさが数百倍、ないしは数千倍異なるということは往々にして存在するだろう。経済学の分野では、このような、変数に対する影響の大きさないしは変数の大きさそのもののオーダー（たとえば、数百の単位の話であるか、それとも、数万の単位の話であるのか）をあまり気にすることが無い。シミュレーションによって、現実的な環境パラメータの大きさの範囲で、正負異なる方向の影響のオーダーが、たとえば10の３乗ぐらい異なるということが明らかになれば、どちらかの経路の影響さえ分析しておけば、他の影響は無視できるということであるから、影響の方向に対する無意味な議論を省略することができる。経済分析でも、実証分析においては、推計された係数の妥当性を吟味する際など、その係数が示唆する影響の大きさのおおよその値を求めて議論することは、しばしばある。しかし、理論分析ではあまりこのような確認は行われていない。

シミュレーションは、一般には、①既存の理論では説明が難しい現象について、何らかの仮説をともなって事象の動きを説明できるシミュレーションモデルを形成できる場合、および、②事象そのものが非常に複雑であって、解析的な分析を行うことが不可能である場合に有用である。特に、経済主体の学習過程の解析には、シミュレーションはすでに強力な技法となっている。取引を繰り返して知識を蓄積し、その有限な知識を用いて自分の最適行動を選択する行動は、なかなか解析的に記述することが難しい。また、取引の相手を代表的主体として集計してしまう場合の行動は、様々な選好や経験を持った相手と取引する場合の戦略的行動とは異なると予想され、取引市場の様相そのものが異なってしまうと予想される場合にも、シミュレーションに頼らなければならない。たとえば、電力取引のプール市場では、市場参加者は通常の市場取引とは異なる戦略的行動をとることが予想されている。さらに、経済事象が確率に支配される場合も、シミュレーションは多用される。背景として仮定される確率分布がいかに単純であっても、取引が繰り返されることによって、ないしは確率事象が繰り返されることによって、帰結となる事象の確率分布は非常に複雑になる。これらの現象は、特殊な場合を除いて、シミュレーションを繰り返すことによってしか分析できないことが多い。

一般に経済学では、前に述べた様に、多くの経済主体の行動を、一つの経済主体の行動で表してしまうか、多くても二つの経済主体の行動に集約してしまう。従来の静態的な分析の場合、２部門の現象で、一般的なN部門の現象の本質を十分に示すことができると考えられるケースが多い。しかし、戦略的に依存しあう主体の行動の分析の場合、三つ四つとさらに経済主体が増えていった時、行動の特徴が本質的に変化することが無いとはいえない。この分析は、シミュレーションに頼らざるを得ない。

2　モジュール化のシミュレーション

最後に、この稿で最初に例示した、カウフマン博士のモジュール化に対する洞察を、シミュレーションで確認しておこう。先月号の稿において最後に紹介した部分を簡単に示すと、モジュール化に漏れて残ってしまったモジュール間の干渉は、調整活動においてコンフリクトを発生させる源となる。一般に、それぞれの部分が相互に依存して

いればいるほど、システム全体のパフォーマンスは、パラメータの変化に対して一様でなく、正や負の方向に凹凸に影響を受けるようになる。したがって、なんらかの最適化によって選ばれた解も、実は局所的極大化の解に過ぎないかもしれない。しかし、モジュール間のコンフリクトがあることによって、システムが局所的最大化の罠に落ち込んでしまうことなく、大局的最大化を実現できる可能性があると論じている。

ここでは、ある経済主体が４つのユニットで構成されているとする。それぞれのユニットの活動は、単一の変数、X1，X2，Y1，Y2によって示されるとする。今、システム全体の利益は、

$$\Pi(X1,\ X2,\ Y1,\ Y2)= -3X1^4+4X1^3+12X1^2-15(X1-X2)^2 -3Y1^4+4Y1^3+12Y1^2-15(Y1-Y2)^2$$

で示されるとする。大局的最大化は（X1，X2，Y1，Y2）＝（２，２，２，２）で実現され、最大利益は64であることを容易に確認することができる。このシステムは、他に（２，２，－1，－１）、（－１，－１，２，２）、（－１，－１，－１，－１）において極大となり、極大値はそれぞれ37、37、10である。任意の初期点から始まり、より高い利益を目指して、この経済主体が調整を行う行動を想定する。全体の利潤関数Πが分かっていない限り、自分の現在の利潤と各変数に対する微分係数が分かっているのみでは、なかなか大局的な最大点に到達することは難しい。この稿の第１回で紹介したようなメカニズムがビルト・インされている場合を別として、微分戦略のみを用いて最適解を求めていく場合には、全ての変数がたまたま正の値をとるところから始まるのでない限り、大局的最大化は実現できない。

ここで、このシステムがX1、X2を決定するモジュールXと、Y1、Y2を決定するモジュールYに２分することが可能であったとする。しかし、完全にはモジュール間の干渉を除去できず、それぞれのモジュールのパフォーマンスは、

$$\Pi X(X1,\ X2\ ;\ Y2)=-3X1^4+4X1^3+12X1^2 -15(X1-X2)^2+10X2\cdot Y2$$

$$\Pi Y(Y1,\ Y2\ ;\ X2)=-3Y1^4+4Y1^3+12Y1^2 -15(Y1-Y2)^2-10X2\cdot Y2$$

であるとする。両式の最後の項が干渉を示している。ここでは、両モジュールの利益の合計が、ちょうどシステム全体の利益に等しくなっている。モジュールXはY2の値を所与として自己の利益を最大にするように（X1，X2）を決定する。同様に、モジュールYはX2の値を所与として、やはり（Y1，Y2）を最適化する。

このようにモジュール化を設定すると、その帰結はどうなるであろうか。干渉項が無い場合には、それぞれのモジュールは内部の変数の組み合わせを最適にするよう、X1またはY1を－１もしくは２に近づかせ、さらにX2とY2をそれぞれX1とY1に近づかせようとする。その結果、モジュール化しない場合と同様に、どれかの局所的最大化の解に近づいてゆく。それが大局的最大化となっているかどうかは分からない。ただ、問題は単純化されているので，極大解へ収束してゆくスピードはモジュール化を行っていない場合よりも速いかもしれない。大局的最大化を実現できる確率はほぼ４分の１であろう。

しかし、干渉項がある場合には、システムの動きは大きく異なる。干渉項があるため、モジュールの意思決定は、局所的最大解にとどまっていることができない。この模索過程をシミュレートしてみよう。それぞれのモジュールは、各モジュールに任されている変数を、その変数に対する微分係数が正であれば増加し、負であれば減少させるとする。すなわち、モジュールXについては、

$$X1(t+1)=X1(t) +k\cdot\Pi X_{X1}(X1(t),\ X2(t)\ ;\ Y2(t))$$

図１　モジュールＸの調整

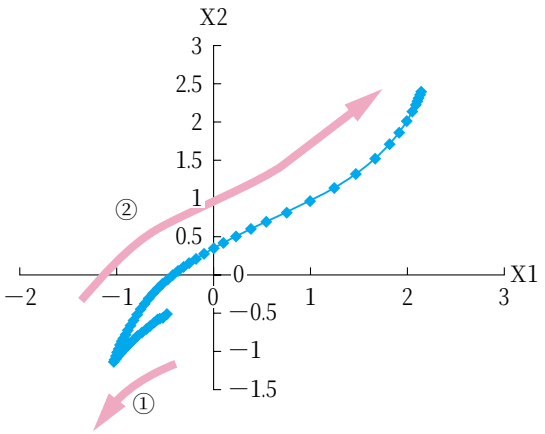
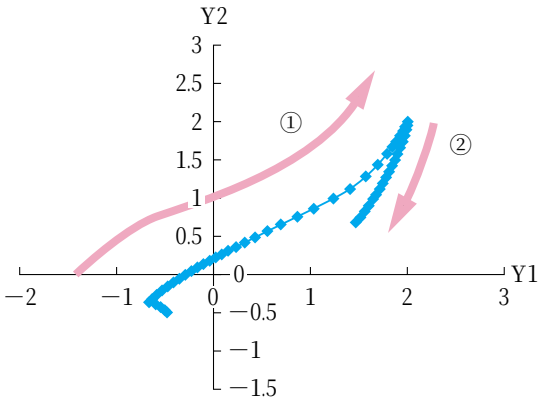


図２　モジュールＹの調整



$$X2(t+1)=X2(t)+k\cdot\Pi X_{X2}(X1(t),\ X2(t)\ ;\ Y2(t))$$

という形で調整・模索を繰り返すとする。ここで、利潤関数の添え字はその変数での偏微分を示し、ｋは調整係数（ここでは定数10）である。図１および図２は、それぞれこの調整過程による、各モジュール内の調整の動きを図示したものである。初期時点では、各変数全て−0.5としておいた。この初期条件では、もし干渉項が無いとすると、各モジュールの調整の結果は、最も低い利潤10をもたらす局所的極大化の罠にはまった状態となる。

図１に示されたモジュールＸ内の調整過程では、まず局所的最大化の解（－１，－１）に向かっている（①）。しかし、この解に安住することは無く、まもなく離れ始め、大局的最大化を目指す方向に向かっている（②）。局所的最大化の解の周辺にとどまっていられないのは、干渉項の存在によりX2を変化させる力が働き、それにつられてX1も変動するからである。ただ、モジュールＸが目指す先は、大局的最大化をもたらす（２，２）ではない。これは、モジュール化において目指されるものは、あくまでも部分的最大化を合成したものであり、システム全体を把握した上での最大化とは異なることによっている。この現象は、前稿で提示した、モジュールによる構造化とプログラムの効率性の間のトレード・オフに対応している。ここでの設定では、干渉項が利潤に与える効果は互いに打ち消しあうとしてあるので、干渉項が無い場合の利潤は干渉項がある場合の利潤に一致している。その一方で、モジュール化によって意思決定が分権化された場合には、それぞれのモジュールが、干渉項を含めたモジュール内の最適化を目指して調整するから、システム全体の最適化とは多少異なる方向へ進むことになる。

この傾向は、図２に示されているモジュールＹの行動においてより顕著である。モジュールＹの場合には、初期時点から程なくして大局的最大化の方向に転換し進んでいく（①）。しかし、大局的最大化の点にとどまらず、その後少し原点に戻った点に収束してゆく（②）。最終的に落ち着く点は、大局的最大化の点（２，２）でもなく、局所的最大化の罠（－１，－１）でもない。しかし、収束点の利潤は約46.4であり、大局的最大化の利潤64には及ばないものの、他の局所的最大化における利潤10ないしは37を超える利潤を達成できている。この成果は、局所的最大化の罠にはまることを避けることができたことによっている。このように、モジュール化によって分権的に意思決定されるため、隣接するモジュールとのコンフリクトが起き、局所的最大化の状態に安住するこ

となく、より最適な解を求めて変化してゆける、というカウフマン博士のメッセージを確認することができる。なお、シミュレーションの結果を省略するが、初期時点で局所的最大化の罠（－１，－１）に位置した場合でも、やはりそれぞれのモジュールは、程なく、より高い利潤を獲得すべく、罠から抜け出せることを確認できる。

このシミュレーションの特徴は、経済現象における摩擦の役割を積極的に提示している点である。自然界において摩擦は非常に厄介な現象であるが、無くてはならない力でもある。摩擦が有る世界は、単に摩擦が無い世界を修正したものではない。摩擦力が有るからこそ出現する現象も多い。最近、さるノーベル賞受賞者が、摩擦が無い世界では黒鉛を紙に塗りつけることもできないので答案が書けないということをひねった問題を、かつて試験に出したというエピソードが報道されている。

経済現象で摩擦に当たる事象は取引費用であろうか。取引費用は様々な均衡の存在を説明するための便利な道具でもある。しかし、自然界の摩擦のように、この力が有る場合と無い場合とでは、事象そのものの性質が全く異なるということは少ないのではないか。モジュール間の摩擦により、モジュール化が大局的最大化を実現できる手立てとなるという可能性も、理論的に説明することができるかもしれない。しかし、シミュレーションという方法があるからこそ、われわれはモジュール化における摩擦の働きを発見し、理論化し説明しようとできるのではないか。