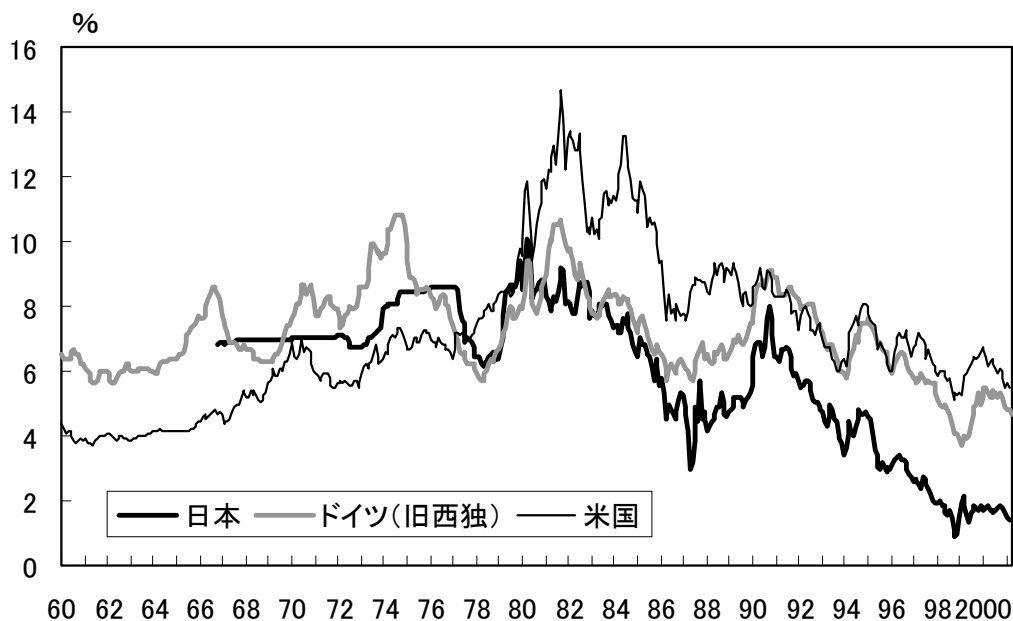


第5章 海外長期金利の影響

グローバル化の進展に伴い、世界各国の経済・金融面の結び付きが強まっている。金利の世界においても、主要先進国の長期金利は互いに強い影響を及ぼすようになっている。わが国の長期金利を分析する際にも、海外金利、特に米国長期金利の動きは重要な考慮材料である。以下では、海外の長期金利が我が国にどのように影響するかを、理論的に考察する。

図表 70 主要先進国（日、米、独）の長期金利の推移



資料：OECD "Main Economic Indicators"から、各国の'long-term interest rate'項目をプロット。各国の数値のベースは、具体的には以下の通り。

日本：Central Government Bonds (End Period)

ドイツ：7 to 15 year Public Sector Bonds (Monthly Average)

米国：Government Composite Bond (10 year, Monthly Average)

1. 短期金利の均衡条件

長期金利の国際連関を考える前段階として、短期金利（1年以内程度）の国際的な関係を考えることが有効である。

(1) モデルの設定

簡単化のため、世界には日本と米国しか存在せず、また、以下の4つの金融市場が存在すると仮定する。

円資金市場：「現在の円」と「将来の円」を交換する市場、すなわち円資金を貸し借りする市場。

ドル資金市場：「現在のドル」と「将来のドル」を交換する市場、すなわちドル資金を貸し借りする市場。

直物為替市場：「現在の円」と「現在のドル」を交換する市場。

先物為替市場：「将来の円」と「将来のドル」を交換する市場。

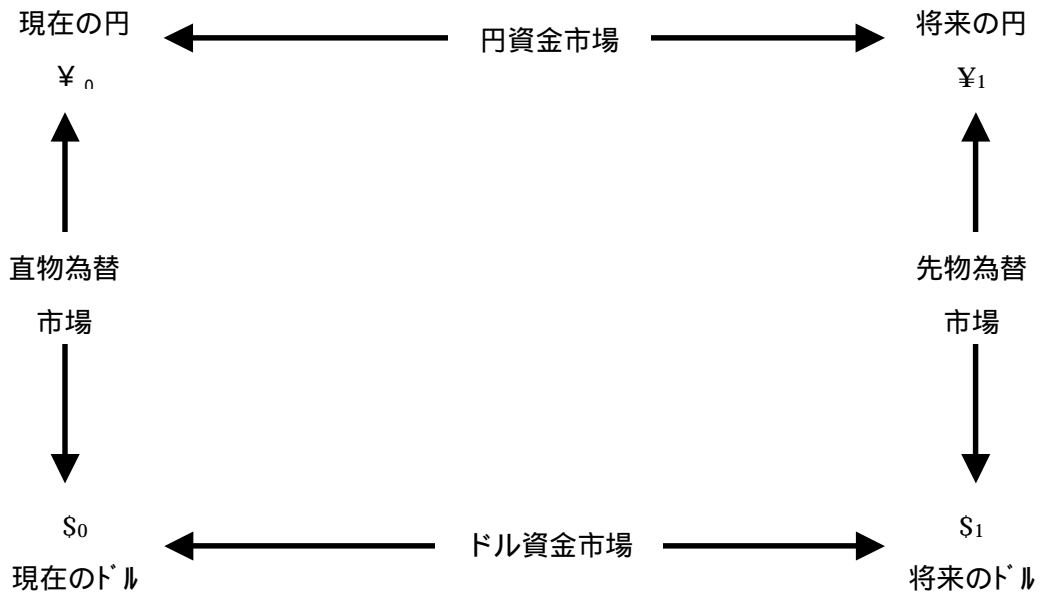
両国の金融市場の全体を示したのが、以下の概念図、各市場における交換比率、数値例図の3つの図である。数値例では資金の貸借期間を1年とした。ここでのポイントは、「円資金を国内市場で1年運用する収益（上記 を利用）」と「ドル資金を1年運用して円資金に転換する収益（上記 、 、 を利用）」が一致するという点である。特に の先物為替市場の存在により、現時点で円ベース運用益を確定することができ、これにより円資金市場とドル資金市場の間に厳密な裁定関係が成立する。これを「先物カバー付き金利裁定」と呼ぶ。

数値例を具体的にみてみよう。まず円資金市場で12,000円を運用すると、1年で3%の金利が得られる（元利合計で運用後12,360円となる）。これに対し、現在12,000円の円を外為市場でドルに交換して100ドルを入手し、これをドル資金市場で運用するとドルベースで1年後に5%の金利が得られる（元利合計で105ドル）。そして、予め（現時点で）予約しておいた先物為替でそのドルを円に交換すると（先物レートは117.7円/ドル）、元利合計で12,360円が得られ、円資金市場でダイレクトに円を運用した場合と同額が得られる形となっている。

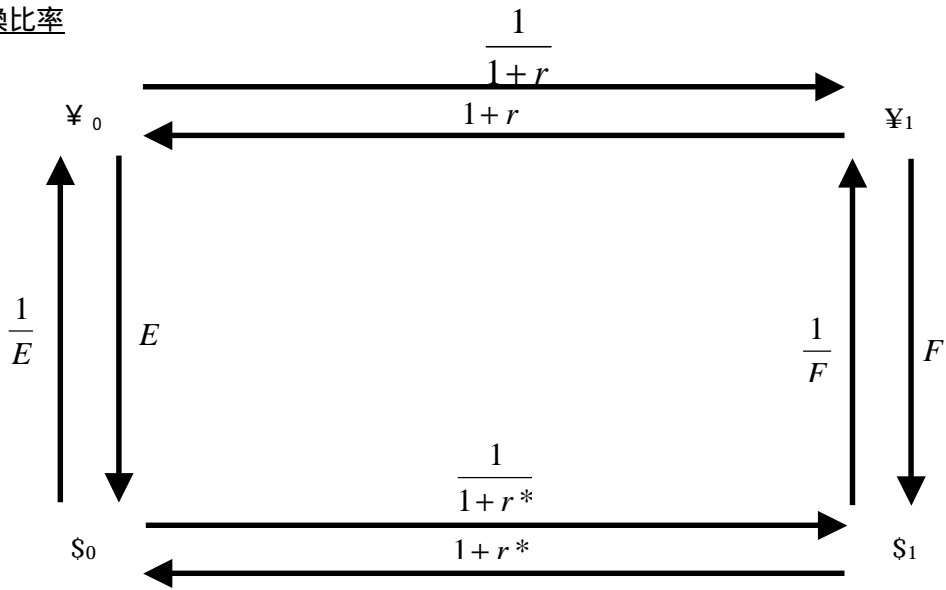
すなわち、国内の金利（先述の4市場のうち に相当）、米国の金利（同様に に相当）、直物為替相場（ に相当）が決まれば、先物為替相場が裁定関係を満たすように決まるのである（ に相当）。

図表 71 短期金利の国際連関

概念図



交換比率



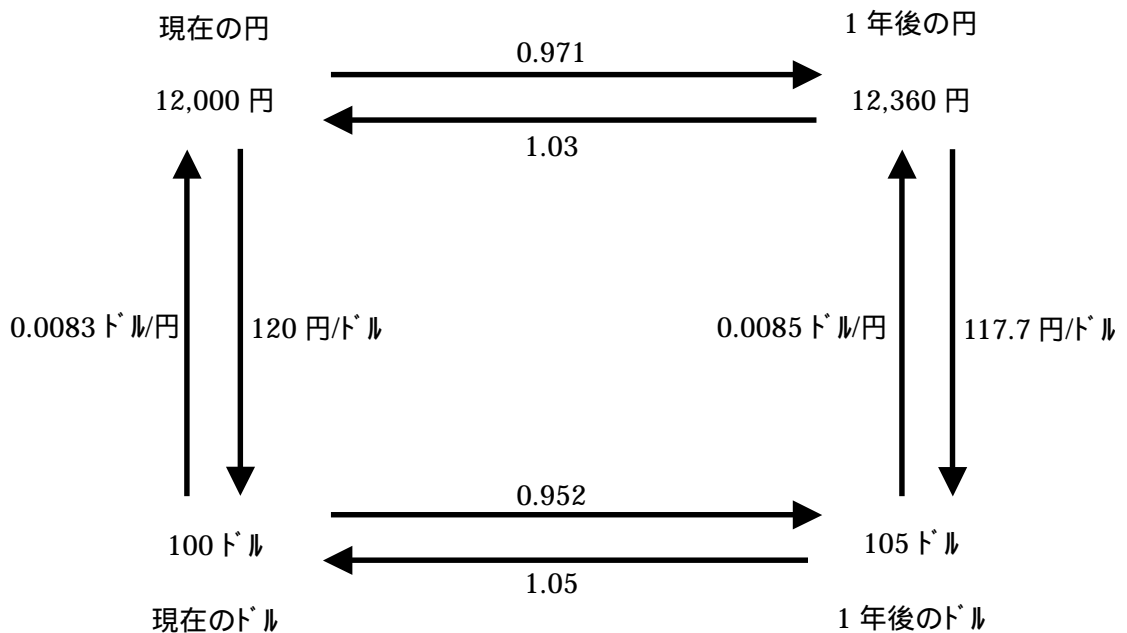
r : 円金利

r^* : ドル金利

E : ドルの直物円レート(円/ドル)

F : ドルの先物円レート(円/ドル)

数値例



資料：深尾（1983）、岡部（1999a）より作成

(2) 数式による表現

以上の状況を数式で表現する。将来の1円の現時点での価格を P_1 円とすると、上掲「交換

比率」の図から、 $P_1 = \frac{1}{1+r}$

これに対し、ドル資金市場での運用を通じて円資金を得ようとした場合、将来の1円の現時点での価格を P_2 (円) とすると、以下ようになる。

$$P_2 = E \times \frac{1}{1+r^*} \times \frac{1}{F}$$

P_1 と P_2 が裁定関係によって等しくなるという条件から、

$$\frac{1+r}{1+r^*} = \frac{F}{E}$$

これを近似すると、以下ようになる。その意味するところは、日米の短期金利スプレッドは、ドル先物相場の直物相場からの乖離率に等しい、というものである。

$$r - r^* = \frac{F - E}{E}$$

2. 長期金利の均衡条件

次に、2国間の長期金利の関係を考える。短期金利の場合と大きく異なる点は、長期金利がカバーするほど長い先の為替先物市場が通常存在しないことである。すなわち、ドル資金市場で資金運用すると、為替変動リスクの存在により現時点で収益が確定しない。

(1) 数式による表現

長期金利の裁定条件は、短期金利の裁定条件に2点ほど変更を及ぼしたものとなる。第1は、為替先物市場が存在しないため、将来ドル資金を円に変換する際のレートは、あくまで期待為替レート(E_e)で計算する点である。第2は、為替変動リスクを被るため、為替変動に対するリスクプレミアム()が必要となる点である。これらを考慮すると、裁定条件は以下のようになる。

$$r - r^* = \frac{E_e - E}{E} + \pi$$

こうした状況を、短期金利の場合と区別して、「先物カバーなしの金利裁定条件」と呼ぶ。

(2) 国際間の波及

短期金利の場合には、各国の金利が各国内で中央銀行等によって自律的に決められた後、先物為替市場が裁定条件の調整弁の役割を果たした。しかし、長期金利の場合には事情が異なる。

今、米国の長期金利が上昇したとする。為替変動リスクプレミアムはそれによって直接的に変化はしない。また、直物為替相場は、短期金利の場合もそうだが実需などの影響を受ける度合いが大きく、これもまた直接的には変動しにくい。同様に、将来の為替相場の期待値も、その将来時点の実需等の影響を受ける度合いが大きいため、それほど大きく変化はしないと考えられる。そうすると、米国長期金利上昇のかなりの部分が、日本の長期金利の上昇という形で波及する可能性が高い。

もちろん、国際間の資本移動は完全とはいえないだろうし、規制・税制といった制度の違いなども裁定関係の成立を妨げるであろう。しかし、短期金利に比べれば、国際的に影響が波及する度合いがはるかに高いということはできる。海外長期金利の影響については、理論・実証的にも未解決な部分が多いとされるが(岡部(1999a))、重要な説明要因であることについては異論がなさそうである。

第6章 長期金利に関する最近の統計的分析

第1節 時系列モデルからのアプローチ

ここまで、期間構造、リスク構造、海外金利の影響といった、いずれもその背景認識として何らかの経済現象や経済構造を想定し、そのエッセンスを表現しよう試みについて考察してきた。しかしこうしたアプローチは、背景として想定する経済現象や経済構造に関する問題意識には忠実であるが、生き馬の目を抜く実際の市場における市場参加者にとっては必ずしも実務面で利用価値が高いものとは言えない面があった。かみくだいていえば、彼らの「理論はともかくとして、とりあえず当面の金利水準を当てたい(あるいは説明したい)」というニーズに十分に応えられないことが多かった。

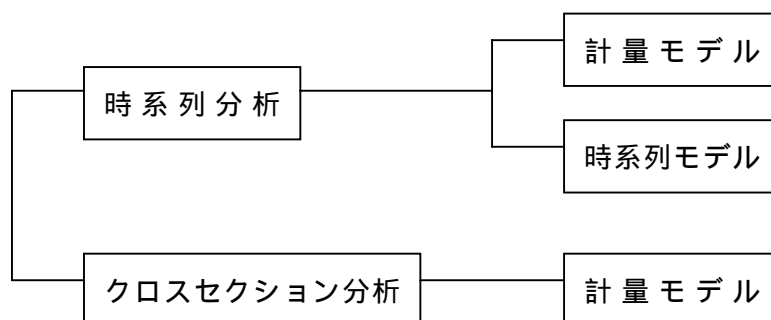
こうした中、背景にある経済メカニズムには関心を払わず、結果としての日々の金利変動を与件として受け止めた上で統計的な分析を行おうという研究が、一つの方向として行われてきた。具体的には、時系列モデル、金融工学からのアプローチである。

1. 時系列モデルの概要

計量モデルにおいて、経済主体の行動や技術関係などのファンダメンタルズに基づいて設定された方程式を構造方程式と呼ぶ。これは、いわば経済現象における因果関係を前提とした“決定論的”モデルである。もっとも、実際の経済現象においては確率的変動も存在するので、構造方程式においてはこれを誤差項として扱い、かつこの誤差項は通常時間的に相互に独立であると仮定する。これに対し、時系列モデルは、確率変動が時間的に相互に影響を及ぼしている部分を主関心として扱うものである。

別の表現をすると、計量モデルが経済理論に基づいて経済の構造を表現しようとするのに対し、時系列モデルはそうした経済構造には一切目をつぶり、それをブラックボックスに押し込め、経済変数の時間的変化に関する法則のみを純粋に統計的な観点から把握しようとするものである。

図表 72 時系列分析、時系列モデルの位置付け



なお、変数の時間的関係を考慮する分析全般を「時系列分析」と呼び、空間的關係(時間を

考慮しない)のみを対象とするクロスセクション分析と対比して分類する。

2. 長期金利分析への応用

時系列モデルには大きく分けて、モデル内に含まれる時系列変数が1つのみの単変量時系列モデル、複数の時系列変数を含む多変量時系列モデルがある。

(1) 単変量時系列モデルによる長期金利の推計

1) 主な単変量時系列モデル

AR モデル

最も基本的な時系列モデルである AR(p)モデルは、以下のように自己ラグ変数のみを用いて表される。

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + u_t$$

ここで $\{y_t\}$ は定常³⁸時系列データであり、更に $\{u_t\}$ はホワイト・ノイズ³⁹と呼ばれる確率過程に従う。特に AR(1)は、 $y_t = \phi_1 y_{t-1} + u_t$ となるが、これに適合する時系列データが比較的多いこともあり、よく用いられるモデルである。

MA モデル

次に MA(q)は、一般に過去のホワイト・ノイズのみを用いて表される。

$$y_t = u_t - \theta_1 u_{t-1} - \theta_2 u_{t-2} - \dots - \theta_q u_{t-q}$$

ここでも AR モデル同様、 $\{u_t\}$ はホワイト・ノイズである。

ARMA モデル

ARMA(p,q)モデルは、AR モデルと MA モデルを組み合わせた以下の式で表される。

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + u_t - \theta_1 u_{t-1} - \theta_2 u_{t-2} - \dots - \theta_q u_{t-q}$$

ARMA モデルの特長は、比較的低い次数の p,q によってかなり複雑な確率過程を説明できる点にあるとされる。

ARIMA モデル

ARMA モデルの変形バージョンとして、ARIMA モデルがある。元の時系列データについて

³⁸ 定常性とは、ある確率過程 $\{Z_t\}$ があるとき、どの時点の確率分布も任意の k 時点離れた確率分布と等しくなることと定義される。このとき平均は $E(Z_t) = \mu$ 、分散は $Var(Z_t) = \gamma_0$ と一定になり、共分散 $Cov(Z_t, Z_{t-k})$ も時間 t に依存しないラグ k のみの関数である。

³⁹ ある確率過程 $\{u_t\}$ がホワイト・ノイズであるとき、次を満たす。 $E(u_t) = 0$ 、 $Var(u_t) = \sigma^2 < \infty$ 、 $Cov(u_t, u_{t-k}) = 0$ 。

d 階差 ($y_t - y_{t-1}$ 等) をとった後の定常系列を ARMA(p,q) で表すとき、これを ARIMA(p,d,q) モデルと呼ぶ。従って、AR(p)モデルは、ARIMA(p,0,0)モデル、MA(q)モデルは ARIMA(0,0,q)、さらに ARMA(p,q)モデルは ARIMA(p,0,q)に該当する。

2) モデルの同定と推定

ARIMA モデルの同定と推定は、次の図に示されるような方法 (ボックス = ジェンキンス法) で行う。まず対象時系列データを定常化した上で、自己相関関数 (ACF)⁴⁰および偏自己相関関数 (PACF)⁴¹の形状を視覚的に把握して⁴²次数を決定する。

⁴⁰ 確率過程 $\{Z_t\}$ のラグ k における自己相関関数 ρ_k とは、k 期自己ラグ変数との相関係数であり、

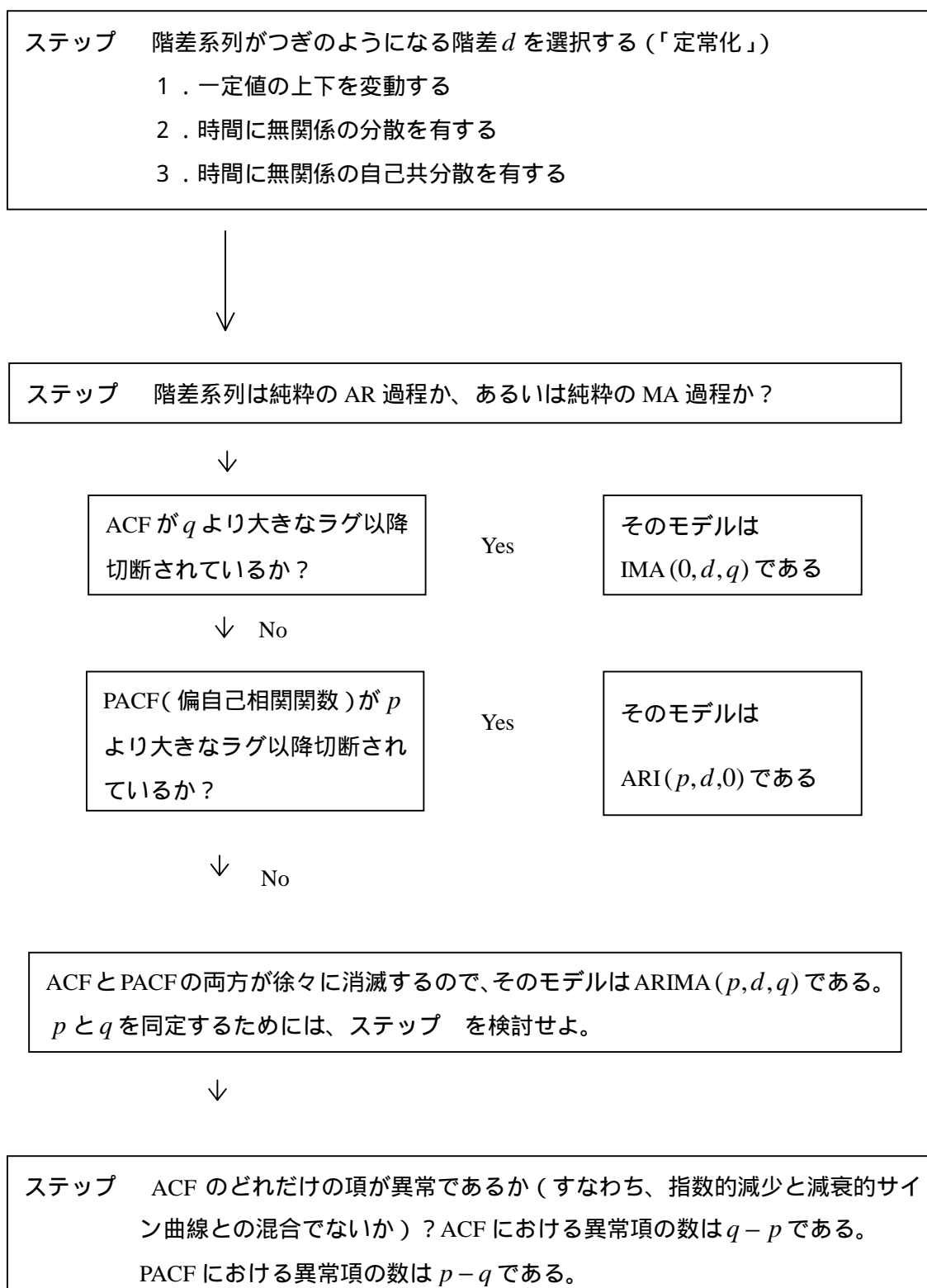
$$\rho_k = \frac{Cov(Z_t, Z_{t-k})}{\sqrt{Var(Z_t)Var(Z_{t-k})}} \text{ と定義される。}$$

⁴¹ 確率過程 $\{Z_t\}$ のラグ k における偏自己相関関数 ϕ_{kk} は、k 次の自己回帰

$$Z_t = \phi_{k1}Z_{t-1} + \phi_{k2}Z_{t-2} + \dots + \phi_{kk}Z_{t-k} + u_t \text{ の偏回帰係数 } \phi_{kk} \text{ である。}$$

⁴² 自己相関関数や偏自己相関関数は TSP、SPSS といった時系列分析用のソフトウェアで通常容易に出力することができる。

図表 73 ARIMA(p, d, q) モデルの p, d, q を同定するためのフローチャート



資料：森久（1997）、76 頁。

図表 74 は、次数の低い ARIMA モデルについて、ACF と PACF の形状の特徴をまとめたものである。

図表 74 5 種のモデルの自己相関と偏自己相関

モデル	特 徴
AR(1) ARIMA(1,0,0)	ACF: 幾何級数的減衰。(a) もし $\phi_1 > 0$ であれば正の領域。(b) もし $\phi_1 < 0$ であれば負の領域で始まり、その後符号が交互に入れ替わる。 PACF: 次数 1 の所でスパイク (急激な値の変化) 2 次以上は切断されて 0 である。(a) もし $\phi_1 > 0$ であればスパイクは正であり、(b) もし $\phi_1 < 0$ であればスパイクは負である。
AR(2) ARIMA(2,0,0)	ACF: 幾何級数的または振動的減衰。具体的なパターンは ϕ_1, ϕ_2 の値に依存して 4 種存在すると考えられる。 PACF: 次数 1 および 2 においてスパイク、3 次以上は切断されて 0。
MA(1) ARIMA(0,0,1)	ACF: 次数 1 の所でスパイク、2 次以上は切断されて 0。(a) もし $\theta_1 < 0$ であればスパイクは正であり、(b) もし $\theta_1 > 0$ であればスパイクは負である。 PACF: 幾何級数的減衰。(a) もし $\theta_1 > 0$ であれば負の領域。(b) もし $\theta_1 < 0$ であれば正の領域で始まり、その後符号が交互に入れ替わる。
MA(2) ARIMA(0,0,2)	ACF: 次数 1 および 2 においてスパイク、3 次以上は切断されて 0。 PACF: 幾何級数的または振動的減衰。具体的パターンは θ_1, θ_2 の値に依存して、4 種存在すると考えられる。
ARMA(1,1) ARIMA(1,0,1)	ACF: 次数 1 から幾何級数的減衰。(a) $\rho(1)$ の符号は $(\phi_1 - \theta_1)$ の符号と同一となる。(b) もし $\phi_1 > 0$ であればすべての $\rho(k)$ の符号は同一、(c) もし $\phi_1 < 0$ であれば $\rho(k)$ の符号は交互に入れ替わる。 PACF: 次数 1 から幾何級数的減衰。(a) $\phi_{11} = \rho(1)$ である。(b) もし $\theta_1 > 0$ であれば ϕ_{kk} はすべて同じ符号、(c) もし $\theta_1 < 0$ であれば ϕ_{kk} の符号は交互に入れ替わる。

資料: 山本 (1988), 95 頁

なお ACF や PACF の形状をみても明確に次数を同定しかねる場合などに、類似の多くの ARIMA(p,d,q)モデルを比較したいとき、その都度、自己相関係数や偏自己相関係数の形状を確かめつつも、多変量時系列モデル同様 AIC あるいは SBIC によって次数を決定するという方法も山本 (1988) で提案されている。

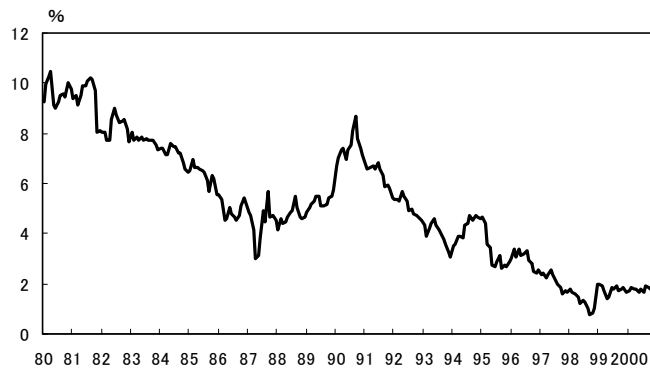
3) ARIMA モデルによる金利の推定

ここでは 1980 年 1 月から 2000 年 12 月までの 10 年物国債指標銘柄利回り (名目値) の月次データを用い、ARIMA モデルの同定と推定を行う。

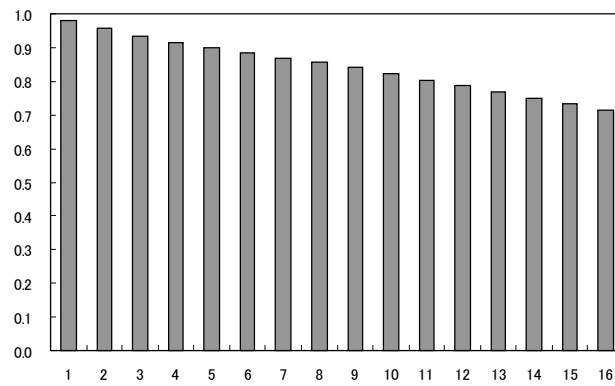
まず時系列データの推移をみると、利回りは期間中、長期低落傾向にあるようにみられ、その意味で定常化されたデータとは考えにくい。ただし、金利本来の性質を考えると長期低落が永遠に続くことは有り得ないことから、ここでは定常化されたデータであるとして扱っておく。

次に ACF と PACF をみると、ACF はラグ月数が長くなるにつれて減少傾向がみられる。ただし、急速に減衰するという形状とは言い難い。一方、PACF はラグが 1 の部分でスパイク (急激な値の変化) を持つ形状となっている。これらから判断すると、ACF が急速に減衰していないことが問題だが、AR(1)である可能性が高い。

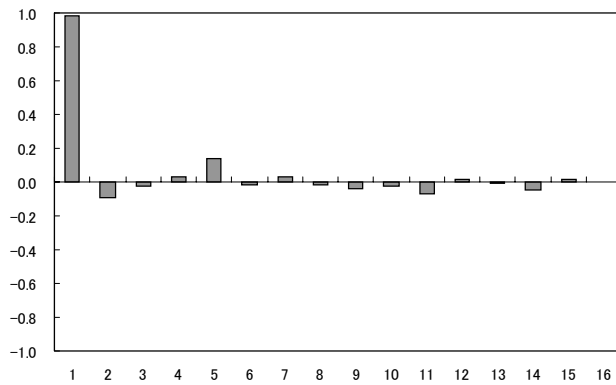
図表 75 10年物国債利回りの推移



図表 76 10年物国債利回りの自己相関係数(ACF)



図表 77 10年物国債利回りの偏自己相関係数 (PACF)



注：ACF と PACF の横軸はラグ月数

次に、通常は AR(1)モデルの推定に進むが、ここでは多くの類似モデルを比較するために、AIC（赤池の情報量基準：Akaike's information criterion）とSBIC（シュバルツのベイズ情報量基準：Schwarz Bayes information criterion）を算出して比較を行う⁴³。以下に同定のために種々

⁴³ AIC 及び SBIC は、以下のように定義される。

$$AIC = (\text{サンプル期間数}) \cdot \log(\text{誤差項分散の最尤推計量}) + 2 \cdot (\text{パラメータ数} + 1)$$

$$SBIC = -2 \cdot \log(\text{誤差項分散の最尤推計量}) + (\text{パラメータ数}) \cdot \log(\text{サンプル期間数})$$

の ARIMA モデルの AIC と SBIC を算出したものを示した。ここでの AIC と SBIC は標本数の差（階差の次数によって生じる）による影響を取り除くために、標本数倍した数値を掲げている。

図表 78 種々の ARIMA モデルの AIC と SBIC

(i) $d=0$

ARIMA(p,d,q)			AIC	SBIC
p	d	q		
1	0	0	22,339	22,784
2	0	0	22,486	23,375
3	0	0	22,734	24,068
0	0	1	159,333	159,778
0	0	2	126,337	127,226
0	0	3	104,218	105,552
1	0	1	22,489	23,379
2	0	1	22,737	24,071
1	0	2	22,717	24,051
2	0	2	22,923	24,702

(ii) $d=1$

ARIMA(p,d,q)			AIC	SBIC
p	d	q		
1	1	0	22,547	22,990
2	1	0	22,792	23,677
0	1	1	22,553	22,995
0	1	2	22,769	23,654
1	1	1	22,797	23,682
2	1	1	22,976	24,304
1	1	2	22,977	24,305
2	1	2	22,941	24,711

(iii) $d=2$

ARIMA(p,d,q)			AIC	SBIC
p	d	q		
1	2	0	33,916	34,356
2	2	0	32,237	33,118
0	2	1	21,955	22,395
0	2	2	21,987	22,867
1	2	1	22,109	22,990
2	2	1	22,197	23,518
1	2	2	22,256	23,576
2	2	2	23,656	25,417

注：AIC および SBIC は定義上の AIC および SBIC に標本数倍したものの。

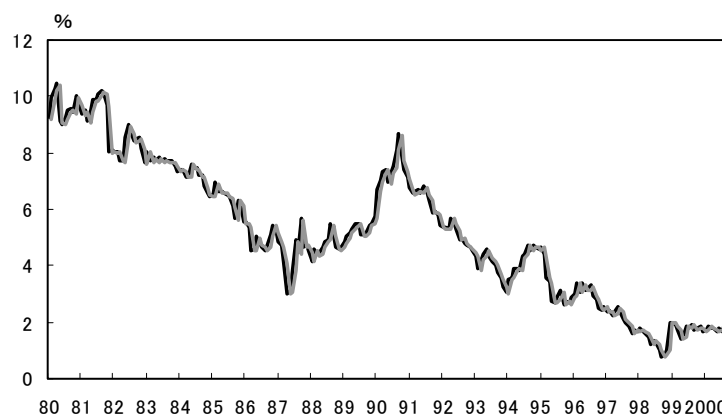
まず階差をとらない(i) $d=0$ についてみると、ここで最も AIC ならびに SBIC が小さくなっているのは ARIMA(1,0,0)、すなわち AR(1)モデルであった。実際に当該時系列データの自己相関

各モデルについて AIC、SBIC を求め、もっとも値が小さくなるモデルを選択すればよい。

係数と偏自己相関係数の形状をみると、前者は時間が離れるにつれて減衰していく形をとり、後者はラグ1期でスパイクを持つ形状となっている。次に、階差をとったものも含めて AIC と SBIC の数値をみると、ARIMA(0,2,1)で最小値をとっている。

比較的モデル適合度が高いと判断された ARIMA(1,0,0)モデルと ARIMA(0,2,1)モデルについて、推計式等を次に示した。階差を2回とっている ARIMA(0,2,1)では、実績よりも月々の変動が激しい結果となっている。

図表 79 ARIMA(1,0,0)モデル (=AR(1)モデル) による推計値と実績

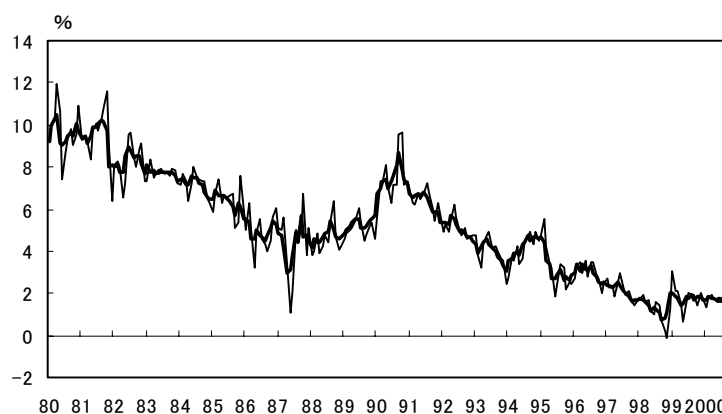


注：黒い線が実績、グレーの線が当該月まで利用可能なデータを用いた推計値。

推計式： $y_t = 0.993442y_{t-1} + u_t$ 、 $\bar{R}^2 = 0.981034$
(267.953)

注：()内は t 値。

図表 80 ARIMA(0,2,1)モデルによる推計値と実績



注：黒い線が実績、変動が大きな細い線が当該月時点まで利用可能なデータを用いた推計値。

推計式： $\Delta^2 y_t = u_t - 0.993022u_{t-1}$ 、 $\bar{R}^2 = 0.474492$
(225.987)

ここで、 $\Delta^2 y_t = (y_t - y_{t-1}) - (y_{t-1} - y_{t-2})$

注：()内は t 値。

ここに挙げたものだけでなく一般的に単変量の ARIMA(p,d,q)モデルは、おおよそ日次から月次までの予測をする際には比較的有用であると考えられるものの、他の変数が大きく変化する長期の四半期の予測などについては手段として問題があると言える。四半期については、次に挙げる多変量時系列モデル（VAR 等）の適用がより適切であろう。

(2) 多変量時系列モデルによる長期金利の推計：VAR モデル

1) VAR モデルの概要

次に、複数の時系列変数をモデル内に含む多変量時系列モデルの代表である、VAR モデル(ベクトル自己回帰モデル)の応用例をみる⁴⁴。

VAR モデルは、内生変数ベクトルをそれ自身と互いのラグ付きの値の線形関数として表す多変量時系列モデルである。モデルの詳細については、山本(1988)あるいは和合・伴(1995)などに詳しいが、ここで所得 Y と消費 C に関する VAR モデルの具体例を取り上げ、モデルの概要をみておく。

今期の消費 C_t は、今期の所得 Y_t と、習慣形成の意味で前期の消費 C_{t-1} に依存すると仮定する。すなわち、

$$C_t = a + b \cdot Y_t + c \cdot C_{t-1} + u_t$$

とする。次に、今期の所得 Y_t は 1 期前の所得 Y_{t-1} と、消費が経済を刺激し所得を増加させる効果により前期の消費 C_{t-1} に依存すると考える。すなわち、

$$Y_t = \alpha + \beta \cdot Y_{t-1} + \gamma \cdot C_{t-1} + v_t$$

である。この 2 式を変形し、先決変数であるラグ付き変数を説明変数とし、今期の変数を被説明変数とする誘導形にすることが可能である。すなわち、

$$C_t = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot C_{t-1} + \alpha_3 \cdot Y_{t-1} + w_{1t}$$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 \cdot C_{t-1} + \beta_3 \cdot Y_{t-1} + w_{2t}$$

となる。これは 1 次の VAR モデルである。p 期のラグを持つ VAR モデルを VAR(p) と表すが、その一般形は以下の通りである。

$$X_t = m + n_1 \cdot X_{t-1} + n_2 \cdot X_{t-2} + \dots + n_p \cdot X_{t-p} + u_t$$

(X_t : 内生変数ベクトル、 m : 定数項ベクトル、 n_t : パラメータ行列、 u_t : 誤差項ベクトル)

2) データ

以下では具体例として、日本の 実質 GDP、 価格、 マネーサプライ、 実質長期金利という代表的なマクロ指標による 4 変量 VAR モデルを推定することとした。なお、この定式化自体は山本(1988)に拠っているが、そこでは長期金利ではなく短期金利が用いられている。

⁴⁴ 理論的には、VMA、VARMA、VARIMA も存在し得るが、モデルが複雑になり同定が困難になるなどの問題が生じるため、実際には多変量時系列モデルといえば、VAR モデルを指すのが一般的である。

本推計では、4指標の1980年第1四半期から2000年第3四半期までの時系列データを用いた。データに関する詳細は、以下の通り。なお、次ページ以降にデータの推移のグラフを示した。

実質 GDP（以下、RGDP）

内閣府『国民所得統計』（93SNA・1995 暦年価格基準）における日本の実質国内総支出（原系列）の前年同期比。

価格（以下、P）

内閣府『国民所得統計』（93SNA・1995 暦年価格基準）における日本の実質国内総支出デフレータ（原系列）の前年同期比。

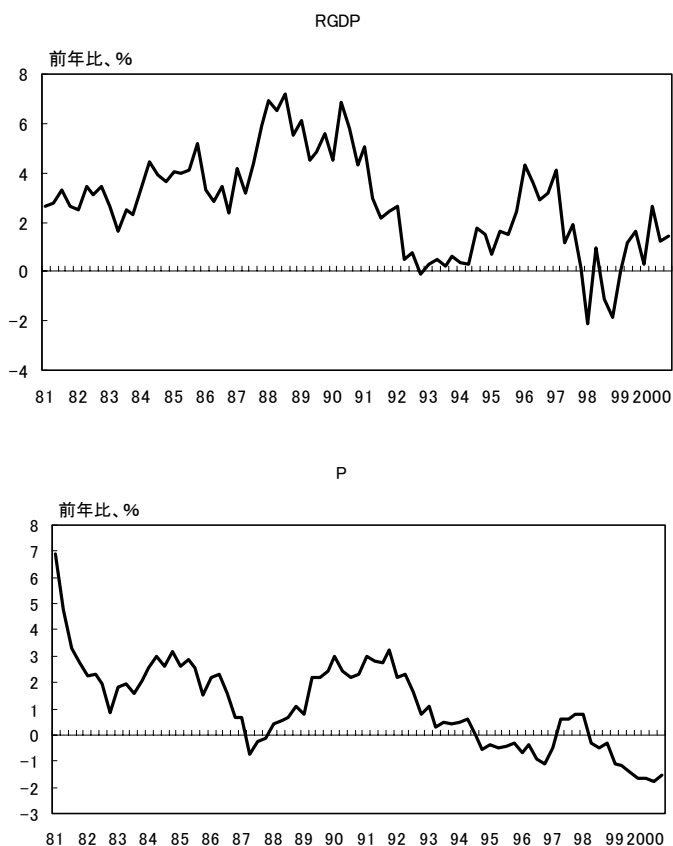
マネーサプライ（以下、M2）

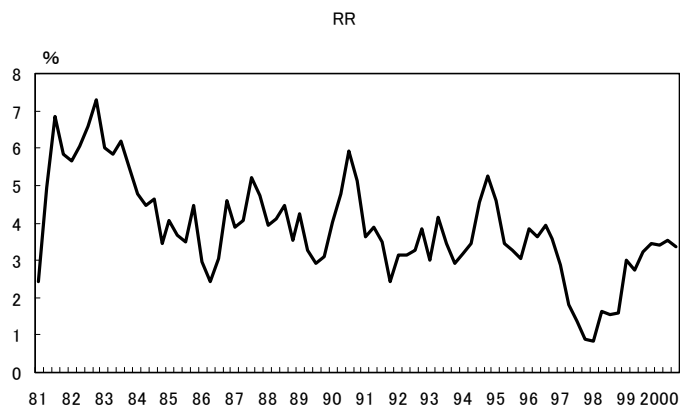
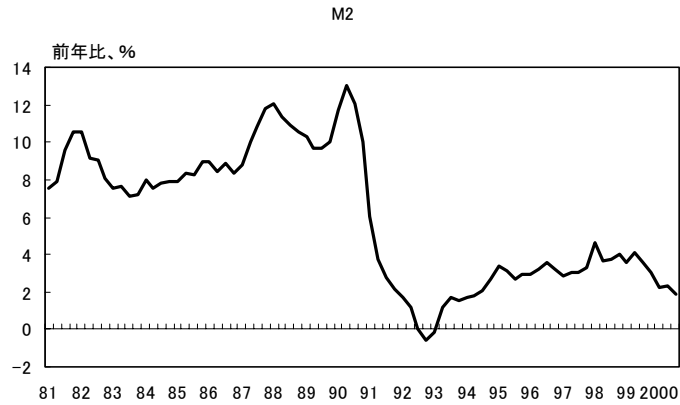
日本銀行『金融経済統計月報』におけるM2+CD（原系列）の前年同期比。なお、元データのベース変更により、1999年第2四半期以降は在日外銀・外資系信託・全信連の国内預金等を加えた新ベースによる前年同期比の値である。

実質長期金利（以下、RR）

Bloomberg社提供の東証上場10年物国債指標銘柄利回りから、の実質国内総支出デフレータの前年同期比を差し引いた値を使用。つまり事後的な実質長期金利である。

図表 81 各データの推移





3) モデルの同定

通常 VAR モデルにおけるモデルの同定も、AIC や SBIC といった情報量基準によって行う。すなわち、ラグが 1 期の VAR モデルを VAR(1) と書いたとき、例えば VAR(1)、VAR(2)、VAR(3) のうちいずれをモデルとして選択するか判断する際に、AIC や SBIC が最小となるモデルを選ぶ⁴⁵。ここでは AIC を VAR(1) から VAR(4) までについて求めた結果、VAR(2) の AIC が最小値であった。従って以下ではラグが 2 期の VAR(2) を推定することとした。

図表 82 VAR モデルのラグの選択

	VAR(1)	VAR(2)	VAR(3)	VAR(4)
AIC	319.108	311.528	312.651	313.125

4) モデルの推定結果

4 変数 VAR(2) モデルの推定結果は下表に示した通り。ここでは RGDP、P、M2、RR をそれぞれ従属変数（被説明変数）とする 4 本の方程式の回帰係数、t 値、自由度修正済み決定係数ならびにダービン = ワトソン比を示してある。いずれの方程式についても自分自身のラグの説明力が大きい結果となっているが、RGDP については他の変数の説明力も比較的大きくなっ

⁴⁵ ここでは VAR(2) で最小値をとる形となったが、AIC や SBIC が単調減少あるいは増加となってしまう場合も少なくない。

ていることが特徴的である。RR については、自分自身の他に M2(-1) (正の方向) ならびに RGDP(-2) (負の方向) の説明力が比較的大きい結果となっている。

図表 83 4変量 VAR(2)モデルの推定結果

方程式	説明変数				決定係数	D.W.
	RGDP(-1)	P(-1)	M2(-1)	RR(-1)		
RGDP	0.4614 (4.0356)	0.5461 (1.7142)	0.4332 (3.0978)	0.3234 (1.3550)	0.7678	2.1674
P	0.0568 (0.9540)	0.7365 (4.4405)	-0.0855 (-1.1742)	-0.0096 (-0.0772)	0.8687	1.9539
M2	0.1612 (1.9666)	0.3360 (1.4704)	1.4809 (14.7669)	0.2252 (1.3153)	0.9624	1.8062
RR	-0.0050 (-0.0634)	0.1583 (0.7180)	0.1635 (1.6900)	0.9037 (5.4713)	0.7291	2.0423
方程式	RGDP(-2)	P(-2)	M2(-2)	RR(-2)		
RGDP	0.1676 (1.4831)	-0.6225 (-2.0418)	-0.2805 (-1.8523)	-0.2529 (-1.1276)	-	-
P	0.0859 (1.4591)	0.1427 (0.8991)	0.0537 (0.6806)	-0.0200 (-0.1710)	-	-
M2	-0.1373 (-1.6943)	-0.3035 (-1.3881)	-0.5329 (-4.9064)	-0.1895 (-1.1783)	-	-
RR	-0.1333 (-1.7047)	-0.0710 (-0.3363)	-0.0878 (-0.8381)	0.0343 (0.2209)	-	-

注：推定された方程式は計4本である。なお、「決定係数」は自由度修正済み決定係数。

5) インパルス応答関数

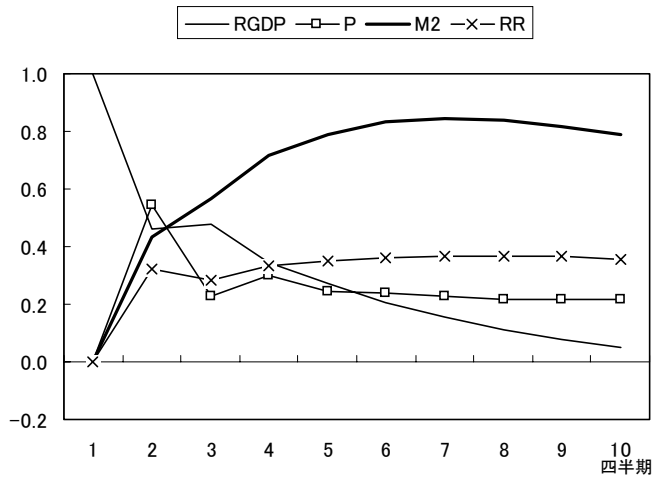
以下には、VARモデルによって算出されるインパルス応答関数を示した。インパルス応答関数によって、モデル中のある変数の単位ショック(イノベーション)に対する変数の反応の度合いをみることが出来る。例えば、以下の図(i)では、RGDP、P、M2、RRそれぞれの変数の単位ショックに対するRGDPの応答関数を示している。これをみると、自分自身のインパルスに対するRGDPの応答関数は時間に関して減少関数であり、M2のインパルスに対しては増加関数となっている。またP及びRRのインパルスに対しては4四半期目以降、値が安定する応答関数となっている。

RRの応答関数をみると、RGDPのインパルスに対しては2四半期目まではゼロ近傍の反応を示し、以後一貫して負の反応を示している。ただしその値自体は大きくない。PおよびM2のインパルスに対しては正の反応を示し、概ねゆるやかな増加関数のカーブを描いている。ただしM2のインパルスに対しては、5~6四半期目で最大値をとった後僅かに減少方向に向かっている。さらに自分自身のインパルスに対しては、一貫して減少関数となっている。

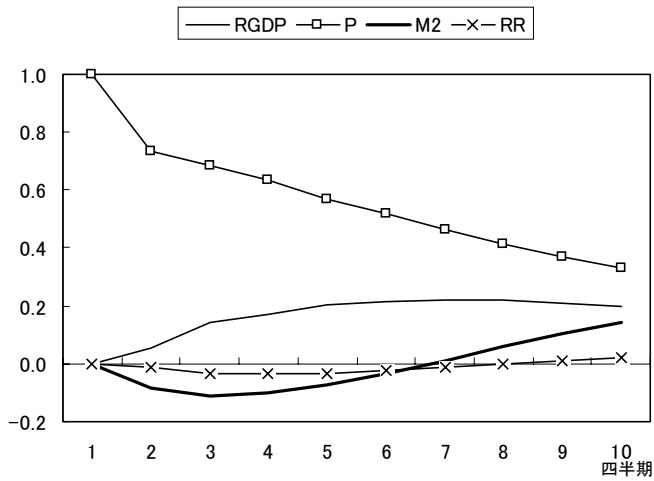
以上より、「物価上昇(下落) 実質金利上昇(下落)」、「マネーサプライ上昇(下落) 実質金利上昇(下落)」、「実質金利上昇(下落) 実質金利上昇(下落)、上昇(下落)幅は減少」といった関係を抽出できる。

図表 84 インパルス応答関数

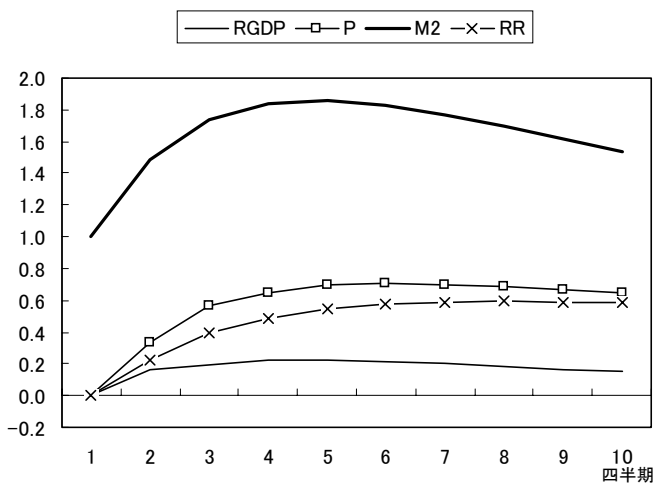
(i) RGDP の応答関数



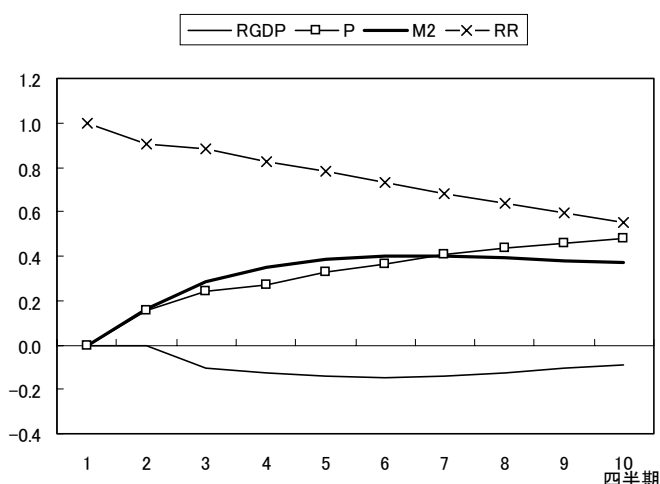
(ii) P の応答関数



(iii) M2 の応答関数



(iv) RR の応答関数



6) 予測誤差の分散分解

インパルス応答関数では、ある変数におけるショック(イノベーション)に対して各変数が時間を通じてどのように反応するかをみた。これに類似しているが、より具体的に、実際に VAR モデルで先行き予測を行った場合に予測誤差の何割を各要因で説明しうるかを見るために、4 変量 VAR(2)に基づく予測誤差の分散分解を行った。なお、分散分解とは、各変数の変動をその原因となったショックごとに振り分けたものと一般に解釈される。

以下の表には 4 四半期目と 8 四半期目における予測誤差の分散分解結果を示した。各行の総和は 100%である。これによると、いずれも自分自身が最大の原因となっており、特に P と M2 ではそれが顕著である。RGDP については、M2 からの影響が比較的大きく、8 四半期目では自分自身からの影響を上回っている。

RR については、4 四半期目ではやはり自分自身からの影響が 5 割と大きい、およそ 3 割強を占める P、ならびに 1 割強を占める M2 からの影響も比較的高いといえる。8 四半期目を見ると、やはり自分自身からの影響が最大で 5 割弱ある。ここでは残りの 5 割を M2 と P の二つでほぼ分け合う形となっており、特に M2 からの影響は 4 四半期目に比べると 2 倍近くとなっていることが注目される。

図表 85 予測誤差の分散分解

(i) 4 四半期目 (1 年後)

結果変数	原因変数			
	RGDP	P	M2	RR
RGDP	69.12	0.70	26.94	3.25
P	4.10	93.55	2.27	0.08
M2	0.36	0.14	97.50	2.00
RR	1.95	33.47	13.65	50.92

(ii) 8 四半期目 (2 年後)

結果変数	原因変数			
	RGDP	P	M2	RR
RGDP	40.52	0.96	53.59	4.93
P	13.08	84.88	1.94	0.09
M2	0.36	0.11	96.22	3.32
RR	3.06	23.44	25.19	48.31

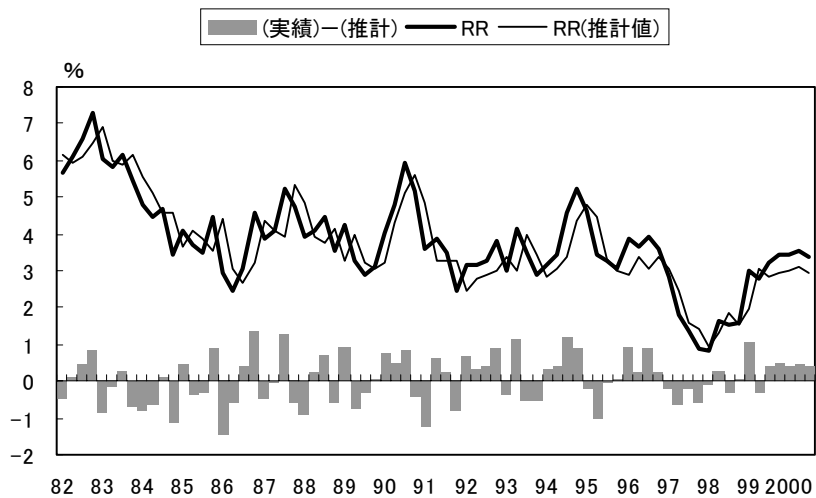
注：単位は%。

7) VAR モデルによる実質長期金利 (RR) の推計

ここでは4)で示されたモデルの推定結果を用いて、RR だけを取り出して推計を行った。推計誤差をみるとおおよそ±1%ポイント以内に収まっており、プラスばかりが連続するといった系列相関性は顕著ではない。

時系列モデルでは一般的だが、自分自身のラグ付き変数の係数が大きいほど、前期の実績値に当期の推計値が引き摺られるという傾向がやはりここでもみられ、転換点を予測するには別途予測手段が必要であろう。

図表 86 4 変数 VAR(2)モデルによる RR の推計



第2節 金融工学からのアプローチ

以下では、「金融工学」における「金利」の取扱いについて考察する。1. で金融工学の目的やデリバティブの具体例について概観し、2. で、金利が金融工学でどのようにモデル化されているか考察する。

1. 金融工学の目的

金融工学は、以下の2つの問題を解決するために、近年金融実務において頻繁に利用されている。

デリバティブ価格の算出

デリバティブ等の金融商品のリスク管理

つまり金融工学とは、90年代以降、市場での取引が拡大しているデリバティブ(金融派生商品)と深く関わるものであり、両者はほとんど不可分の関係にあるといっても過言ではない。

(1) デリバティブについて

そもそも、デリバティブ(派生商品)の定義は、「その商品の価値が、より基本的な他の変数の値によって定められるもの」とされる。

このデリバティブには、以下にみるように、対象となる変数としてどのようなものを選択するかによって多種多様であり、「何かの変数に依存してその価値が決まるもの」は全てデリバティブと定義されることになる。

(例)

金利デリバティブ⁴⁶：基本的な変数 = 金利

株式デリバティブ：基本的な変数 = 株式

天候デリバティブ：基本的な変数 = 天候

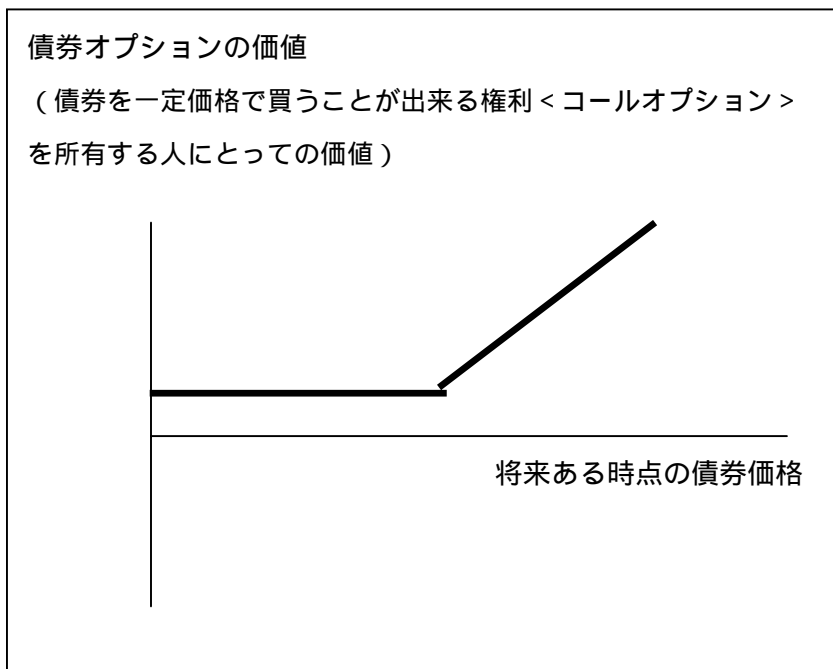
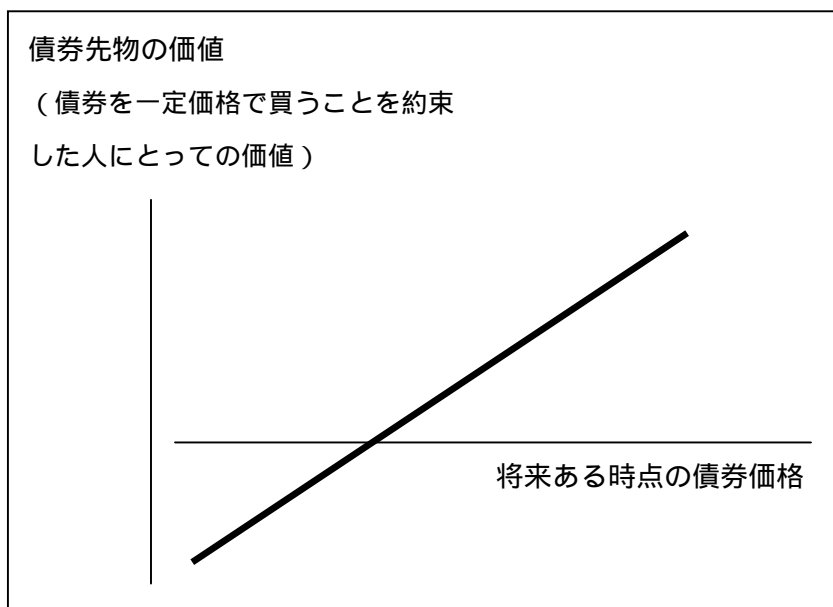
阪神タイガース優勝定期預金：基本的な変数 = 阪神タイガースのセ・リーグ順位

もっとも、実際の金融市場で最も取扱いが多いのは、為替や株式、金利といったものであり、その中でも「先物」や「オプション」といった種類のデリバティブ商品がとりわけ重要になっている。

ちなみに債券価格は、金利と逆相関の関係があるため(金利上昇 = 債券価格下落、金利下落 = 債券価格上昇)、債券デリバティブは、「金利」という原資産によって価値が決まる「金利デリバティブ」の一種であると考えられている。

⁴⁶ ここでは、「金利デリバティブ」を取り扱うが、金利を基本変数とするデリバティブは金融工学の中でも最も難しい部類に入る。これは、金利には株式や為替にはあまりみられない「平均回帰性」と呼ばれる性質があるからである(平均回帰性については後述)。

図表 87 デリバティブの具体例としての債券「先物」と債券「オプション」



(2) デリバティブの「価格」と「リスク管理」

ところで、このようなデリバティブを取引する上では、まず、その適正な価格が幾らかを算出する必要がある。例えば、「1年後に95円で日本国債を買う権利(コールオプション)」は幾らとするのが妥当か、あるいは「1年後に受渡しされる日本国債先物」の価格はどの水準が適正水準と考えられるか、といったものである。

また、このようなデリバティブを購入した後では、そのデリバティブの価値が変動するリ

スクをどのように回避するか、といった問題も存在する。

このような や の問題に対応するためには、対象となる変数 (= 金利等) の推移をモデル化する必要がある。つまり、将来こうした指標がどのように変動するかを「予測」する必要性が生じるわけである。なお、このようなモデル化に際しては、経済学的なアプローチとは全く異なる、「確率微分方程式」に関する概念が利用される。

2. 金利のモデル化

金融工学モデルと経済学モデルの最も大きな違いは前者では、対象となる原変数 (例えば金利) の変動が、主として確率的な動きで説明されると考えていることである。

(1) 一般的なモデル

1) モデルの表現

まず、金融工学で最も初歩的なモデルは以下のようなものである。

$$dS = \mu S dt + \sigma S dZ$$

S : 原変数の値 (金利等) σ : ボラティリティ dt : 時間変化	μ : 期待変化率 dZ : ウイナー過程
--	--------------------------------

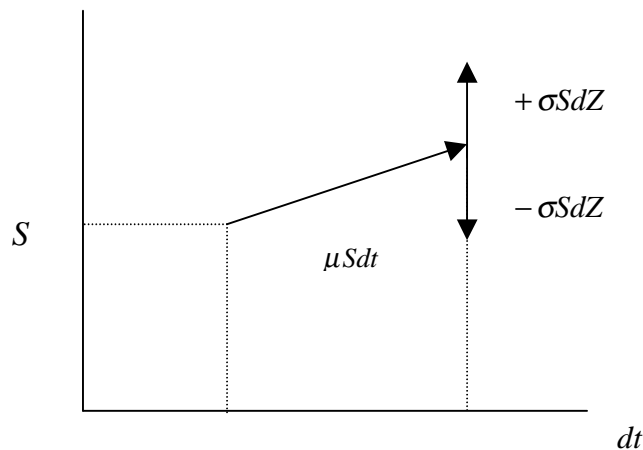
なおウィナー過程とは、以下の数式で表されるものである。

$$dZ = \varepsilon \sqrt{dt}$$

は、標準正規分布からのランダムサンプル (無作為抽出) である。また、異なる二つの微小時間 dt に対する二つの dZ の値は互いに独立である。

こうしたモデルは、株式や為替等を扱う際に利用される。このモデルが意味するところは、短期の原変数 (例えば株価) の変化率は、あるトレンド μ に、不確実な変動を加えた値に等しいということである。

図表 88 ウイナー過程を含む一般的モデルの具体的イメージ



2) パラメータの推計

次に、具体的に μ 、 σ 等のパラメータを求める手法について概観する。

ここでは過去の日次のデータ（例としてインターバンク 3 ヶ月金利〈日本〉を利用）からパラメータを求める手法について説明する（EXCEL 上の計算）。対象期間は 2000 年 6 月 30 日から 2000 年 12 月 29 日までである⁴⁷。

図表 89 過去の日次データを用いた具体例

	インターバンク 3 ヶ月金利(日本)	日次変化率 $\mu = \ln(S_t / S_{t-1})$
2000/06/30	0.23	
2000/07/03	0.23786	0.033603
2000/07/04	0.24714	0.038273
2000/07/05	0.24929	0.008662
2000/07/06	0.25071	0.005680
2000/07/07	0.25143	0.002868
2000/07/10	0.25214	0.002820
2000/07/11	0.25429	0.008491
2000/07/12	0.27214	0.067841
2000/07/13	0.28143	0.033567
2000/07/14	0.27571	...
2000/07/17

上記の表を作成した後、2 列目に関して平均値と標準偏差をとる。その結果、平均値は 0.00709、標準偏差は 0.04832 となる。ところで、これは日次の変化であるが一般的に金融実務では年率で表現されることが多い。年間の営業日数は 252 日（慣行として休日は除かれる）であることから平均に 252、標準偏差に $\sqrt{252}$ をかける。その結果、平均値と標準偏差は、それぞれ 1.78581、0.76711 となる。

つまり年率で示されるモデルは、 $dS = 1.78581Sdt + 0.76711SdZ$ となる。

3) T 期後の分布

ちなみに上のモデルを前提とした際に T 期後に実現する原変数の分布であるが、これは「伊

⁴⁷ 過去のデータからパラメータの値を計算する際には 90 ~ 180 日程度の期間で計算されることが多い。

藤のレンマ⁴⁸」を利用することにより、以下のように記述することが可能となる。

すなわち、伊藤のレンマによると、 S と t に依存する変数 X は以下の式に従うが、

$$dX = \left(\frac{\partial X}{\partial S} \mu + \frac{\partial X}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 X}{\partial S^2} \sigma^2 \right) dt + \frac{\partial X}{\partial S} \sigma dZ$$

仮に X が右の式で表されるとすると、 $X = \ln S$

$$d \ln S = \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dZ$$

この式の両辺について積分をとり、整理すると

$$S_T = S_0 \exp \left[\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T + \sigma Z_T \right]$$

と書き直すことができる。すなわち、 S の対数値の期待値と分散は、それぞれ以下の通りに表されることになる。

$$E(\ln S_T) = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) T, \quad \text{Var}(\ln S_T) = \sigma^2 T$$

(2) 金利に利用されるモデル

1) モデルの概要

実のところ、そもそも金利については、上記の(1)のタイプのモデルを利用することは適当ではないと考えられている。

これは金利が、以下の図のように一定水準に回帰しようとする性質、すなわち平均回帰性を持っているからである。言い換えれば、先のモデルでは果てしなく発散していく可能性を排除していないのに対し、金利においては現実にもそうした可能性はない。

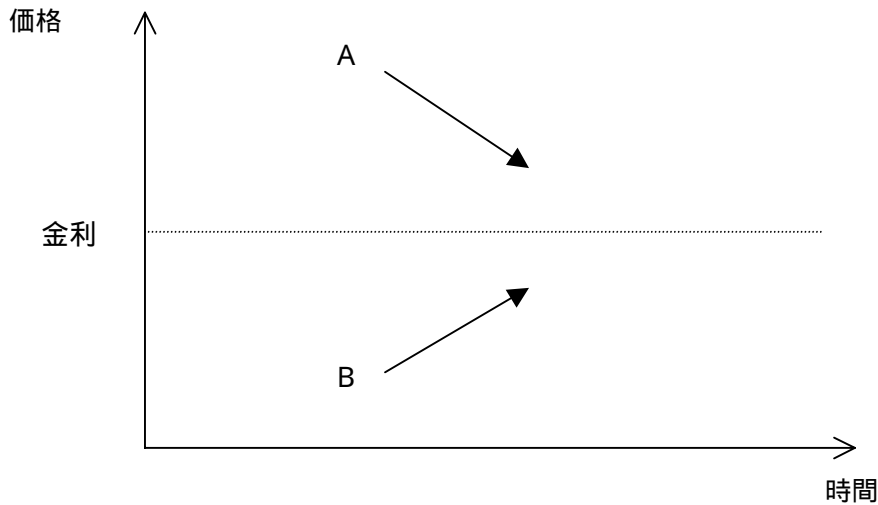
⁴⁸ 伊藤のレンマとは、ある変数 Y が以下の式で示されるとすると、

$$dY = a(Y, t)dt + b(Y, t)dZ \quad (\text{ただし、} dZ \text{ はウィナー過程})$$

変数 Y と時間 t の関数である P は、以下の過程に従うというものであり、金融工学では頻繁に登場する。

$$dP = \frac{\partial P}{\partial Y} dY + \frac{\partial P}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial Y^2} (dY)^2$$

図表 90 金利の平均回帰性



そこで、このような金利の平均回帰性をモデルの中に取り込んで表現しようとするのが平均回帰モデルである。下式において、 α は「回帰速度」、 β は「回帰水準」をそれぞれ示す。

$$dr = \alpha(\beta - r)dt + \sigma dZ \quad (r : \text{金利、} t : \text{時間})$$

以下では、(1) のモデルと同様にパラメータの推計方法を概観する。ここでも、基本的には、過去のデータを利用して α や β の値を推計することを考える。

前述のモデルを、まず以下のように離散化させる。

$$r_{t+1} - r_t = \alpha(\beta - r_t)\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t} \quad \dots (*)$$

$$r_{t+1} = \alpha\beta\Delta t + (1 - \alpha\Delta t)r_t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

続いて r_{t+1} を被説明変数、 r_t を説明変数として回帰分析を行う。ここでは、1996～2000年の5年間のインターバンク3ヶ月金利を利用する。

図表 91 回帰分析の結果

回帰統計	
重相関 R	0.996959
重決定 R ²	0.993927
修正 R ²	0.993922
標準誤差	0.019953
観測数	1304

	係数	標準誤差
切片 ($\alpha\beta\Delta t$)	0.001569	0.001251
傾き ($1 - \alpha\Delta t$)	0.996922	0.00216

t = 0.003078

以上の結果から、以下のパラメータ推計値が求められる。具体的な求め方は、標準偏差の推計値を標準誤差で置いた上で、残り未知の2パラメータ、を切片()の推計値と傾き(1 -)の推計値から算出する。

回帰速度 α : 0.00308 (年率 : 0.77567)

回帰水準 β : 0.50975

標準誤差 σ : 0.01995 (年率:0.316745)

2) 各パラメータの意味付け

回帰速度 :

は、価格が均衡値に収束しようとする「スピード」、あるいは「力強さ」を示す指標といえる。ちなみにの逆数(1/)は均衡に収束するまでの日数である。上記の例では325日となる。

長期均衡値 :

対数値であるを実数値に変換した値は、「インターバンク3ヶ月金利」の長期的な均衡値であるといえる。ちなみに、前述の例では、0.51%となる。また、上記の結果の中で注目されるのは、分散値である。上の結果からは、誤差項の標準偏差は0.019953となっているが、この値は σ の値を意味している。年率の標準偏差は、(*)式によれば、 $\sigma\sqrt{\Delta t}$ (ここで $\Delta t = 252$)であることから、31.67%となる。

3) T期後の分布 平均回帰モデル版

ところで、前のモデルからは将来の価格の分布を計算することができる。まず、価格の変動を表す式 $dr = \alpha(\beta - r)dt + \sigma dZ$ を仮定したときに、その積分値を $r = C_t e^{-\alpha t}$ と記述することができるとし、両辺を全微分すると、

$$dr = -\alpha r dt + e^{-\alpha t} dC_t$$

となる。この式と初めの式の差を取ると

$$\alpha \beta dt + \sigma dZ = e^{-\alpha t} dC_t$$

$$dC_t = \alpha \beta e^{\alpha t} dt + \sigma e^{\alpha t} dZ$$

となる。この式について0からtの区間で積分すると

$$C_t = C_0 + \beta(e^{\alpha t} - 1) + \sigma \int_0^t e^{\alpha y} dZ$$

となる。ここで初期値が $C_0 = r_0$ であることを利用すると、

$$r = r_0 e^{-\alpha t} + \beta(1 - e^{-\alpha t}) + \sigma e^{-\alpha t} \int_0^t e^{\alpha y} dZ$$

この式から、将来時点 T における対数価格の期待値は以下の通りである。

$$E(r) = e^{-\alpha T} r_0 + (1 - e^{-\alpha T}) \beta$$

また、分散値については、

$$E\left(\left(\sigma e^{-\alpha t} \int_0^t e^{\alpha s} dZ\right)^2\right) = \sigma^2 e^{-2\alpha t} \int_0^t e^{2\alpha y} dy$$

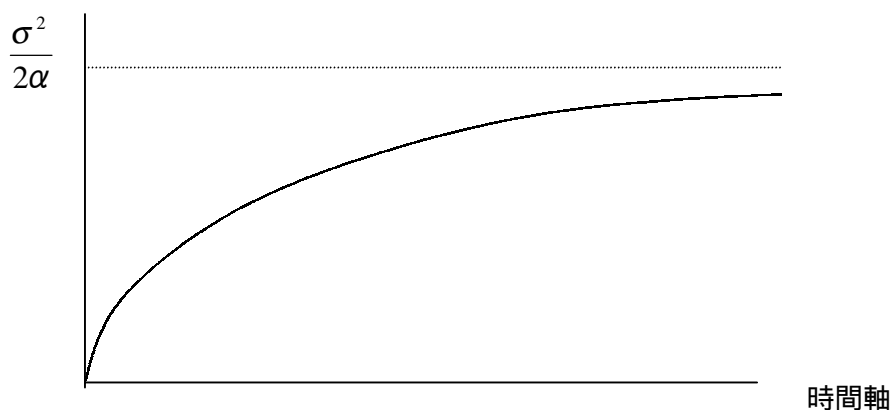
となることを利用して

$$\text{Var}(r_T) = \frac{\sigma^2}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha T})$$

と求められる。すなわち、目的とする T 時点における価格の期待値の平均と分散値をあらかじめ求めることができ、その分布を想定することができる。

ところで、上記のモデルの最大の特徴点は、期間を長く取ると、分散値が一定水準に近づいていくということである。(1)のモデルでは、期間を無限大に取ると分散値も無限大になったこととは大きな違いである。この差は、平均回帰モデルが、金利が長期的に一定水準に回帰することを前提としているために生じる結果である。

図表 92 平均回帰モデルの分散値のイメージ図



4) 金利予測への活用

こうした準備を踏まえ、以上のモデルの長期金利予測への活用を考える。端的には、

$$E(r) = e^{-\alpha T} r_0 + (1 - e^{-\alpha T}) \beta$$

が、予測に利用可能な式となる。初期値（現在の金利） r_0 が判明し、かつパラメータ、 β が推計により得られていれば、任意の T 期先の金利水準の平均値が推計される。しかし、実際のところ、こうした金融工学モデルにより金利を予測しようという試みは現場においてまれである。その理由としては、以下が考えられる。

まず第1に、経済構造をブラックボックス化して、経済変数を確率変数として捉えるアプローチであれば、時系列モデルで事足りるということである。数学的に非常に高度な知識が要求される金融工学アプローチに比べ、時系列モデルは扱いやすい。

それでは、そこまで苦勞して金融工学モデルは何をしようと努力しているのだろうか。その答えが第2の理由となる。すなわち、冒頭でも述べた通り金融工学の大きな目的は、デリバティブ価格の算出とリスク管理の2つであるが、それに必要となるのは原変数や派生変数の分布である。金融工学においては、平均値への関心もさることながら、分布の“端のほう”への関心が極めて高い。その形状を求めるために様々な苦勞をしているのである。言い換えれば、金融工学モデルを扱う人たちの関心は、(予測値となる)平均値よりも、分布関数の形状に圧倒的に注がれているといえる。このため、金融工学モデルをわざわざ用いて金利予測をしようという試みがなされないという面がある。

もっとも、近年発展著しい金融工学は、今後さらに研究の方向性が多様化し、またオペレーショナルなツールの開発も進むと見られることから、金融工学モデルの金利予測への応用がなされるようになる可能性は否定できない。

なお、デリバティブ価格分析を長期金利に応用しようと試みた例として、多胡(1994)が挙げられる。

第7章 長期金利と財政・金融政策を巡る議論

長期金利は、財政・金融政策といったマクロ経済政策に強く関わっており、相互の関係についての幅広い議論が古くから活発になされてきた。以下では、こうした長期金利と財政政策、金融政策に関する議論のサーベイを行い、インプリケーションを整理する⁴⁹。

第1節 長期金利と財政政策を巡る議論

1. 財政政策による長期金利への影響

長期金利と財政政策を巡る議論としては、財政政策を発動した場合の長期金利への影響が重要である。以下では、ケインジアンとマネタリストの議論を中心にみることにする。

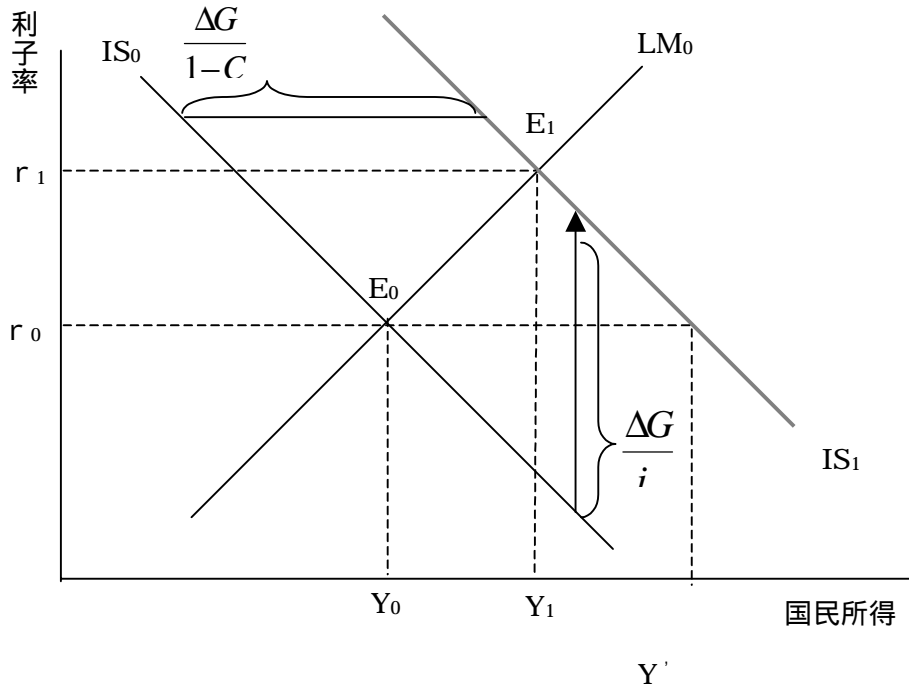
(1) ケインジアンのか考え方

財政支出拡大と金利の関係に対するケインジアンのか考え方は、IS-LM分析でその本質をとらえることができる。なお、IS-LM分析では、金利は特に短期金利と長期金利を分けてはいないが、暗黙のうちに長期金利を想定している場合が多いように見受けられる。

下の図においては、政府支出が G だけ増加し、それによりIS曲線が上方にシフトし、その結果として金利が r_0 から r_1 へと上昇している。すなわち、財政政策が発動されると金利に対しては押上げ圧力がかかることになる。また同時に、所得も増加する。

⁴⁹ 財政・金融政策を狭義にとらえると、財政支出拡大や金利政策などに限定されるが、本調査研究ではやや広義に解釈し、「財政・金融当局による施策」と捉えることにする。

図表 93 IS - LM分析における政府支出拡大の効果



財政支出拡大の効果

財市場の需給均衡条件は

$$Y = C + I + G \quad (\text{つまり } S \equiv Y - C = I + G, \text{ 貯蓄投資の均衡})$$

で与えられる。

ここで、消費関数が $C = C_0 + c(Y - T)$

投資関数が $I = i_0 - i_1 r$

であるとすれば、これらを需給均衡条件に代入して、 r に関して整理すると、下の式が得られる。

$$r = \frac{C_0 + i_0 - cT + G}{i_1} - \frac{1-c}{i_1} Y \quad (\text{IS 曲線の式})$$

従って、 G が ΔG だけ変化した場合の Δr は上式から明らかであるように、

$$\frac{\Delta G}{i_1}$$

となり、これが縦方向のシフト幅に該当する。

また、同様にこの場合の ΔY は、先に r について整理した式を Y に関して整理すると、

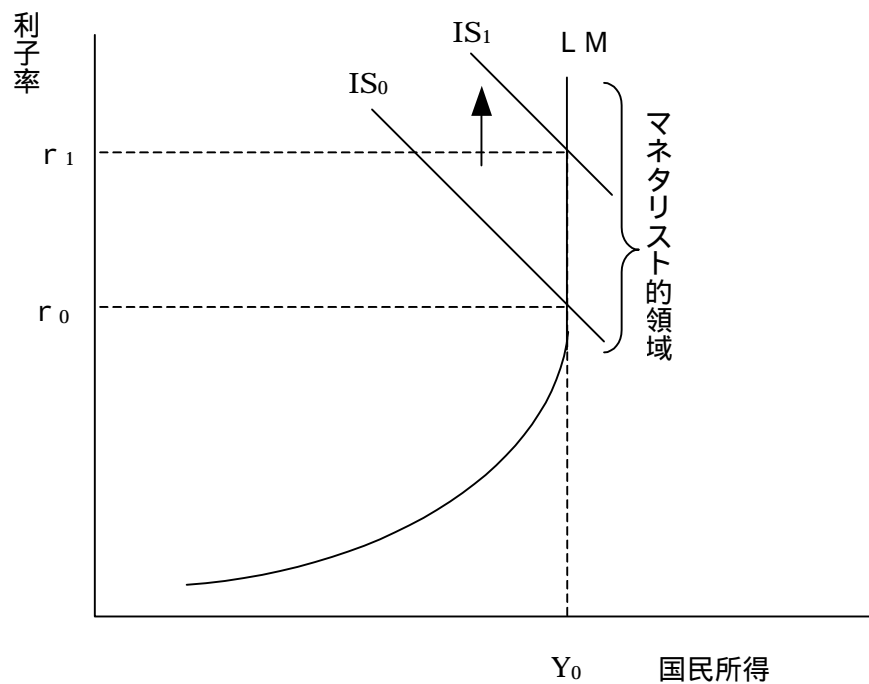
$$Y = \frac{C_0 + i_0 - cT + G}{1-c} - \frac{i_1}{1-c} r$$

であるから、 $\frac{\Delta G}{1-c}$ となり、これが横方向のシフト幅に該当する。

(2) マネタリストの考え方

マネタリストは貨幣数量説に立ち、通貨需要は利子率に対して非弾力的であるとみている。貨幣数量説では、通貨需要はもっぱら名目国民所得に依存し、かつ両者の間には安定的関係を想定している。そうすると、LM曲線の傾きが非常に大きいものとなり、IS曲線が上方にシフトした場合、利子率は大きく上昇することになる。その一方で、所得は余り変化しない。

図表 94 ケインジアンとマネタリストの考え方の比較



マネタリストの考え方の数式表現

通貨需要関数 L は、国民所得 Y に関する増加関数であり、また金利 r に関する減少関数である。ここで、簡単化のために L を以下のように表す。

$$L = m_0 + m_1 Y - m_2 r$$

通貨需要 L が金利 r に関して非弾力ということは、 $m_2 = 0$ ということである。通貨需要 L と通貨供給 M が均衡する均衡条件も考えると、結局以下のように、LM 曲線は垂直線となる。

$$Y = \frac{1}{m_1} (M - m_0) \quad (= Y_0)$$

2. 財政状況と長期金利

財政政策を採った場合の長期金利上昇として、景気が回復する見通しが強まることによる“よい金利上昇”であればよいが、国債増発による、国債市場の需給悪化や国債のプレミアム上昇に起因する“悪い金利上昇”も考えられる⁵⁰。

例えば磯貝(2000)は、政府債務残高が長期金利のプレミアムを左右する可能性を指摘しているが、その作用の仕方として、政府債務残高が、国債の需給要因を表す場合、中央政府のデフォルト・リスクを示す変数となる場合、の2つを挙げている。

(1) 国債需給の悪化

財政状況が悪化し、財政政策を打つ場合に赤字国債に依存しなければならなくなると、国債市場の需給を悪化させることになる。これは、長期金利上昇圧力を生むことになる。

こうした国債需給に対し、財政当局が働きかける手段として、政府による国債買い上げがある。その代表が、わが国における資金運用部による買入れである。

(2) デフォルト・リスクの上昇

国債増発が続くと、デフォルト・リスクが高まったと見られ、格付けが低下する場合がある。これは、わが国の国債が格下げされた例を思い起こすまでもなく、ソブリン債においてもいえることである。

3. 公債の負担論と中立命題

(1) 中立命題

政府が財政支出を行う際の資金調達手段として課税調達と公債発行を比較し、公債発行の場合には負担が将来世代に転嫁されるのではないかという「公債の負担」論がある。この議論において、「公債発行の場合でも負担は将来世代に転嫁されない」という主張が中立命題(ないし等価定理)である。

1) リカードの等価定理

国民が将来の状況を十分に考慮し、かつ国債の償還が発行時の国民の生存中に行われるならば、国債発行と課税調達は同等の効果を持つとの主張がある。というのも、現在価値でみて同額の税金を払うのであれば、国債発行と課税調達は無差別となり、国民の生涯に亘る予算制約は同等となる。そうした同一の予算制約の下で効用最大化を図るのであれば、どの時点で課税されようが、異時点間の消費計画に差は生じない。以上の考え方は、リカードによって始めて論じられたため、「リカードの等価定理」と呼ばれる。

2) バローの中立命題

リカードの等価定理では、国債償還は発行時の世代が生存している間になされると仮定した

⁵⁰ このところ欧米では、景気拡大に伴い財政状況が改善し、政府による国債買い戻しなども進められてきたため、政府債務残高も減少ないし頭打ちとなってきた。こうした中、長期国債市場では需給がタイト化し、イールドカーブのフラット化がみられるようになった。

が、実際にはこの仮定は困難である。そうなると、現在の世代が死んでから国債が償還されることになり、現在の世代は償還のための増税という負担を将来世代に転嫁することができる。

しかし、こうしたケースにおいても国債発行と課税調達は同等である、というのが「バローの中立命題」である。基本的な発想は、「親世代の効用関数に子世代の効用が入っていれば、結局親世代は子孫のことを考慮することになり、自分が生きている間に償還があるのと同じように行動する」(もし国債償還が子世代以降に先送りされても、その分を補償すべく、親世代は子世代への遺産で調整することになる。)というものである。

(2) 長期金利との関連

中立命題が成立すると、公債残高などが議論の対象として意味を持たなくなるといわれている。公債発行と課税が同等であれば、公債発行や財政赤字に意味がなくなり、ひいては公債発行残高にも意味がなくなってしまうのである。課税と同等なので、基本的に長期金利に影響を及ぼさないことになる。

4. 国債の持続可能性

(1) ドーマーの定理

中立命題が成立しない場合、国債発行が続き残高が累増してくると、歳出に占める国債費が上昇し、ひいては財政が破綻する可能性がある。この判断材料を提供するのが「ドーマーの定理」である。

ドーマーの定理とは、「利子率(長期金利)が名目GDPの成長率を下回っている限り、歳出に占める国債費率、国債依存度、国債残高の対名目GDP比率は一定の値に収束する。その逆に、利子率が名目GDP成長率を上回ると、歳出の全てが利払い費となり、歳入の国債依存度は100%となり、また国債残高の対名目GDP比は無限大に発散する」というものである。このように、長期金利と国債の持続可能性は強い関係を持っている。

(2) プライマリー・バランス

ドーマー定理の発想の延長線上で、より実務的といえる基準として、プライマリー・バランス(基礎的財政収支)がある。プライマリー・バランスとは、「税収マイナス国債費を除く歳出」を指す。プライマリー・バランスが黒字であれば、税収が、国債費を除く歳出を上回っており国債償還に充当して国債残高を減らす余裕があることを意味する。

5. 国債管理政策

(1) 国債管理政策の概念

「国債管理政策」には様々な定義があるが、OECD資本市場委員会は以下の目標を達成しようとするための各種施策を「国債管理政策」と定義している。

国債の種類が多様化	発行時期・方式の効果的選定
有効な流通市場の育成	財政負担の軽減
満期構成の最適化	関連する経済政策との協調

また、財務省は国債管理政策を「できるかぎり財政負担の軽減を図りながら、国債が国民経済の各局面において無理なく受け入れられるよう、国債の発行、消化、流通及び償還の各方面にわたり行われる種々の政策」と定義し、その目標としては、わが国においてはとりわけ、国債の確実かつ円滑な消化、財政負担の軽減、他の関連する政策との協調、を挙げている（『国債』浜田編（1997）より）。

（２）期間の多様化

国債の大量発行により、わが国でも期間構成が多様になってきたが、それに伴いイールド・カーブの形成が滑らかになってきた。もっとも、黒田（1982）は、「国債発行年限の多様化は、市場分断仮説的な状況を想定したものであるが、期待理論が成立する状況下では、年限多様化の効果は限定的なものとなる」と指摘している。

（３）財政負担の軽減

ドーマーの定理を思い起こすまでもなく、長期金利は財政構造に直接的な影響を及ぼす。財政負担を軽減したい財政当局には、低金利や高インフレを指向するインセンティブが生じることになる。

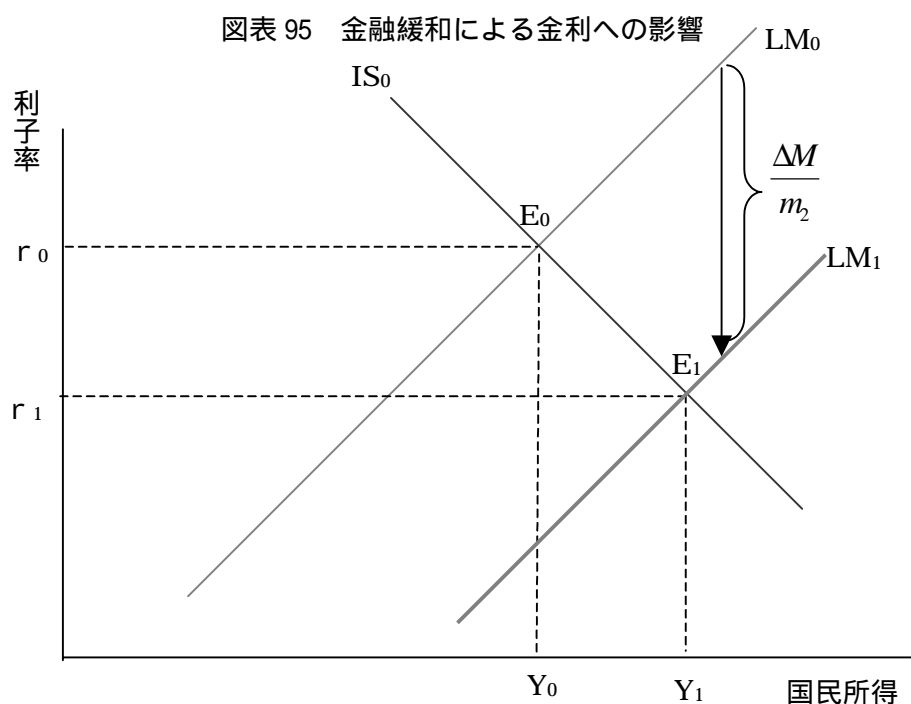
なお、金融政策の観点からはインフレ連動債の発行を求める声も少なくないが、財政の観点からは、インフレ連動債の発行が発行コストの面でどれだけ政府に有利に働くかが関心事項となる。つまり、財政当局としては、非インフレ連動型債券を、期待インフレ率が低い時に大量発行して、その後インフレを引き起こす、というのが有利な戦略となる。

第2節 長期金利と金融政策を巡る議論

1. 金融政策による長期金利への影響

(1) ケインジアン考え方

金融政策による長期金利への影響を、まずケインジアンIS-LM分析の枠組みで考えてみる。IS-LMのフレームにおいては、金融を緩和する(マネーサプライを増加させる)とLM曲線が右方にシフトし、金利は低下、所得は増加、という結果となる。



通貨市場の需給均衡条件は

$$L = M \quad (\text{通貨需要}=\text{通貨供給})$$

で与えられる。

ここで、通貨需要関数が $L = m_0 + m_1 Y - m_2 r$ であるとすれば、

これらを需給均衡条件に代入して、 r に関して整理すると、以下の式が得られる。

$$r = \frac{m_0 - M}{m_2} + \frac{m_1}{m_2} Y \quad (\text{LM 曲線の式})$$

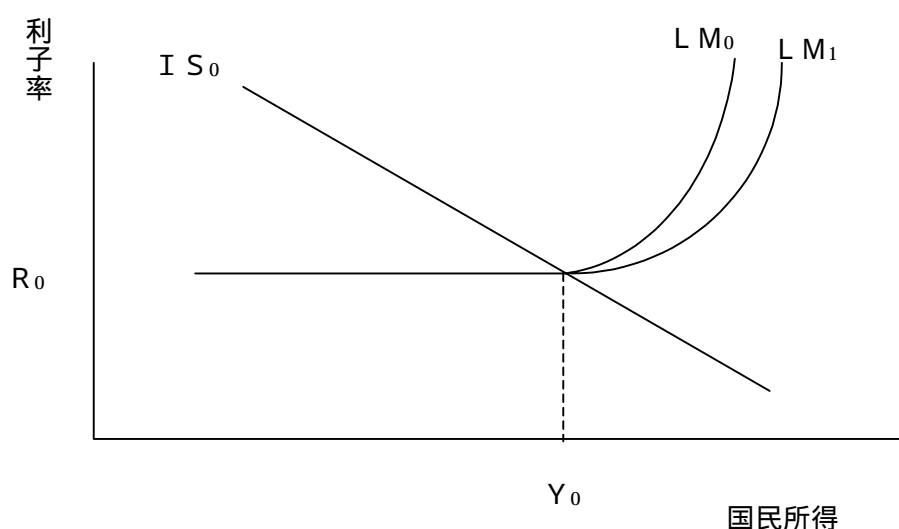
従って、 M が ΔM だけ変化した場合の Δr は上式から明らかであるように、

$$\frac{\Delta M}{m_2}$$

となり、これが縦方向のシフト幅に該当する。

また、「流動性のわな」の議論が特に金利との関わりが強い。流動性のわなとは、貨幣需要が利子に対してきわめて弾力的な状況を指す。この場合、LM曲線は水平となり、マネーサプライを増やしてLM曲線が右にシフトしても、利率の水準に影響を及ぼすことができず、また所得も変化しない。

図表 96 流動性のわなと金融政策



(2) マネタリストの考え方

マネタリストは、マネーサプライの増加によって一時的に金利は低下するが、長期的には上昇すると考える。この間のメカニズムは以下の通りであるが、ここにおいては期待の果たす役割が大きい。

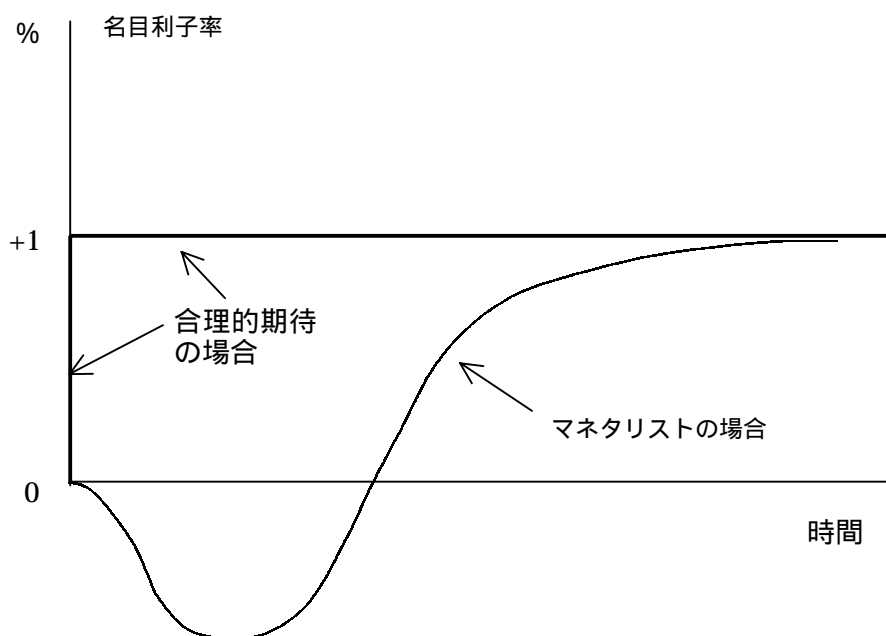
マネーサプライの伸び率を引き上げたとすると(例えば1%)、市場の期待インフレ率が変化しない短期においては(通常のIS-LMのフレームに沿って)名目金利は下がり始める。期待インフレ率が変化しない限り、名目金利の変化は実質金利の変化を意味するため、実質金利の低下が投資需要を刺激し、これによる所得増加が貨幣需要を創出し、名目金利は上昇し始める。

この頃になると、マネーサプライの増加に伴いインフレ率も上昇し始めており、市場の期待インフレ率も上昇しつつあると考えられる。このため、実質金利の上昇テンポは名目金利ほどではなく、経済全体の超過需要状態がしばらく続くが、やがて実質金利も「投資=貯蓄」を達成する、元の均衡水準に収束していく。もっとも、この時点では期待インフレ率は以前より上昇しているため、名目金利も上昇した水準に収まることになる(この場合1%上昇)。

こうした考え方により、マネタリストたちは、マネーサプライ増加によって金利の低下を図っても、市場の期待インフレ率の変化を媒介として、結果的には金利は上昇することになると主張した。

また、マネタリズムをさらにラディカルにした合理的期待形成学派の場合、先行きを合理的に予想することから、最初から金利は上昇してしまう。

図表 97 マネーサプライの伸び率上昇に対する名目利子率の動き

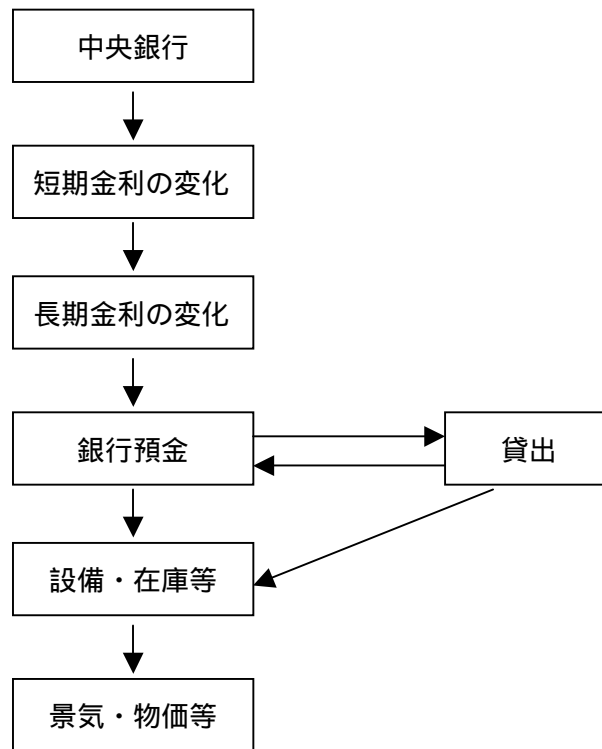


2. 金融政策の波及経路としての長期金利

次に、金融政策の波及メカニズムにおける長期金利の位置付けの議論を示す。これは近年においても、「マネービュー vs クレジットビュー」といった対立構図として、活発な議論を呼んだ。マネービューとは、経済活動に大きな影響を与えるのは通貨量であるとの考え方であり、これに対しクレジット・ビューとは、そうではなく信用量である、との考え方である。各種金利が完全自由化された今、長期金利を通じた影響を抜きに、金融政策を語ることはできない。

金融政策の波及経路として、オーソドックスなものは下図のとおり。ここでのポイントは、特に長期金利へと波及してくる段階で、期間構造が橋渡しをしている点である。釜江（1999）は、「実物経済が長期利子率と関係を持つ一方、金融政策が短期利子率に直接的に影響を与えるなら、期間構造は金融政策効果の波及と実物経済への影響を決定するものである」としている。

図表 98 金融政策の波及における長期金利の位置付け



資料：岡部（1999b）

3. 情報変数としての長期金利

金融政策を運営する上で参考になる金融経済指標を「情報変数(information variable、indicator、market indicator など)」と呼ぶ。長期金利と短期金利の差である長短スプレッド⁵¹は、代表的な情報変数の一つである。

(1) インフレ率に関する情報

長短金利差に含まれる情報であるが、一定の仮定の下では、インフレの予測に有用とみられている。名目金利 i と期待実質金利 r 、期待インフレ率 の間の関係は、

$$r = i -$$

である。したがって、短期金利と長期金利の差を求めると、以下ようになる。

$$i_L - i_S = (r_L - r_S) + (L - S)$$

(添え字 L、S はそれぞれ長期、短期を表す)

ここで、実質金利が長短に拘わらず一定 ($r_L - r_S = 0$) と仮定すると、長短金利差はそれぞれの期間における期待インフレ率の差に等しいことを示している⁵²。

⁵¹ 長短スプレッド以外の情報変数としては、商品価格指標、為替相場、マネーサプライ、信用集計量、実質金利、などが挙げられている。

⁵² 日本銀行(1994)では、長短スプレッドが先行きのインフレ率に対する予測力を持っている一方、逆にイン

(2) その他の情報

このほかに長短スプレッドが持つ情報としては、「先行きの名目短期金利の期待値」がある。これは、期間構造のパートでも扱った通り、イールド・カーブの傾斜が右上がりならば、将来の名目短期金利は上昇すると市場がみていることを示している。短期金利は、中央銀行にとっての操作変数ないしそれに近い存在であることから、市場の期待名目短期金利の情報も、政策運営上、非常に重要な意味を持つ。

また、長短スプレッドには、「景気動向に関する情報」も含まれているとみられている。これは、上記の短期金利の期待値に関する情報と軌を一にするものであり、将来景気後退が予想されれば、金融緩和政策がとられ短期金利が低下するはずであるとの認識に基づくものである。

4. 金融政策手段としての国債市場

(1) 日本銀行の市場オペレーション

図表 99 日本銀行によるオペレーションの種類

種 類	2000年3月末残高(兆円)
短期国債現先オペ	買: 28.9、売: 2.1
短期国債オペ(買い切り、売却)	買: 8.2、売: 0
国債借入れオペ(=レポ・オペ)	7.9
CP買い現先オペ	3.9
手形オペ	買: 1.5、売 3.8
社債等担保手形買入れオペ	0.5
国債買い切りオペ	-

このうち、長期国債を対象としたオペレーションとしては、レポ・オペ、国債買い切りオペがある。

(2) 長期国債買い切りオペ

長期国債買い切りオペは、国債市場の需給に直接働きかけることから、長期金利の水準に及ぼす影響が大きい。最近の日本においても、「量的緩和」の有力な手段として、買い切りオペの増額が挙げられている。

なお、国債を発行段階で直接中央銀行が引き受ける、いわゆる国債引受は、全ての先進国で禁じられているが、国債買い切りオペも、一旦市場を通すか通さないだけの違いであり、中央銀行による引受けに近いとの見方が少なくない⁵³。

フレ率から長短スプレッドへの因果関係も統計的に認められたことに対して、「先行きの期待インフレ率の変化によって金利が影響を受けているとともに、インフレ圧力を政策判断の基準とする金融政策当局の調節スタンスを市場が読み取り、金利の期間スプレッドが形成されている面もあることを示すものと思われる」と評価している。

⁵³ 米国では、第2次大戦により累増した国債の価格を維持するため、Fedによる無制限の市中からの国債買入れを実施していた。これは、Fedの金融政策の自由度を著しく奪うものであったため、Fedと財務省の協議の末、1951年3月にFedと財務省間で国債価格維持策廃止についての「合意(Accord)」が成立した。

5. その他

(1) 中央銀行による期待のコントロール：期待理論との関連

中央銀行による「期待のコントロール」も重要な論争テーマである。1999年2月～2000年8月の間とられていたゼロ金利政策において日銀が、「ゼロ金利解除の条件はデフレ懸念の払拭が展望できる状況となること」とアナウンスしていたのも、いわば短期金利の期待値の上昇を抑制する時間軸効果を期待したものであった。これにより、期間構造を通じて長期金利も相当抑制されたものとみられる。これをさらに突き詰め、「インフレ・ターゲティングを導入せよ」との主張も多く聞かれていたが、2001年3月、日銀は量的緩和策を打ち出すと同時に、その期間を「消費者物価上昇率（全国・除く生鮮食品）の前年同月比が安定的にプラスとなるまで」とした。これにより、かつてのゼロ金利政策の時以上に時間軸効果を通じた期待のコントロールが効くようになったのではないかとみる向きが少なくない。

(2) リスク構造からのインプリケーション

中央銀行の機能は、物価の安定を第一義的な政策目標としつつ、信用秩序の保持・育成という「プルーデンス政策」にもコミットしている。

このため、金融機関のリスク・プレミアムを観察することは、プルーデンス政策においては重要な意味を持つ。特に金融債間の利回り格差は、直接的に、市場がその銀行の信用リスクをどうみているかを表している。例えば、破綻前の時期には、長銀、日債銀が発行する金融債と、興銀債では、大きな利回り格差がついていた。

(3) 制度的要因による国債需給への影響

国債は、その信用度の高さから、純粋に資産運用目的で保有されるだけでなく、各種制度に組み込まれており、当該制度が変更されると需給に影響が及ぶことがある。例えば、BIS規制において国債はリスク・ウエイトがゼロであることから、銀行としては格付けがそれほど違わなくても国債を指向する傾向が強まったといわれているし、日銀貸出を受ける際の担保などでも国債は重要な位置付けにあり、これも特例的な需要を形成しているとみられる。また、平成13年から導入された即時決済（RTGS）においては、従来一定時間の国債売買の収支尻のみ決済し、国債をやりとりすればよかったのに対し、取引1件毎に国債を手当てする必要があるため、国債に対する需要を押し上げる効果を持ったとみられる。また、近年日銀が多用しているレポ・オペ（国債借入れオペ）でも長期国債が用いられるため、需給をタイト化させたとの指摘が多い。